Univerzita Karlova

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Různé pojetí výuky osové souměrnosti na ZŠ

Various concepts of teaching of axial symmetry in elementary schools

Bc. Veronika Bečanová

Vedoucí práce: doc. RNDr. Antonín Jančařík, Ph.D.

Studijní program: Učitelství pro střední školy

Studijní obor: N M

Praha 2019

Odevzdáním této diplomové práce na téma Různé pojetí výuky osové souměrnosti na ZŠ potvrzuji, že jsem ji vypracovala pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále potvrzuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

V Praze dne 3. 12. 2019

Bc. Veronika Bečanová

PODĚKOVÁNÍ

Chtěla bych upřímně poděkovat doc. RNDr. Antonínu Jančaříkovi, Ph.D. za odborné vedení, trpělivost, ochotu, čas a cenné připomínky, které mi byly velkým přínosem při zpracování této diplomové práce. Děkuji také kolegyním ze základních škol za podporu a spolupráci při výuce.

ABSTRAKT

Cílem práce je popsat a porovnat dvě pojetí výuky osové souměrnosti na základních školách. Na základě studia odborné literatury jsou zde tyto způsoby výuky osové souměrnosti popsány, porovnán jejich přínos z pohledu žáků i náročnost příprav z hlediska učitele. Hlavním cílem praktické části práce bylo připravit, realizovat a zhodnotit vlastní výuku osové souměrnosti ve dvou třídách a zároveň ji porovnat s jiným pojetím výuky v dalších dvou třídách 6. ročníku. Práce se tedy zabývá výukou osové souměrnosti obsahující některé prvky konstruktivistického stylu výuky ve třídách, v kterých žáci nemají s touto metodou zkušenosti. Samotná výuka se skládala z vlastních aktivit a úprav pracovních listů, které byly následně žáky použity a zhodnocena jejich smysluplnost. Hodiny byly hodnoceny na základě audiozáznamů, vlastních poznámek, záznamů řešení žáků a rozhovorů s asistentkou učitele, výstupy pak pomocí pre-testu a post-testu. Výsledky naznačily, že hodiny s prvky konstruktivistické výuky by mohly být pro žáky přínosnější než hodiny vedené transmisivně. Žáci označili výuku za atraktivnější a to se projevilo i na lepším osvojení znalostí propojených s osobní zkušeností žáků. V práci jsou také navrženy změny experimentální výuky a další připomínky pro práci s experimentálními třídami.

KLÍČOVÁ SLOVA

osová souměrnost, matematika, přístupy k vyučování, konstruktivismus, výuka matematiky

ABSTRACT

The aim of the thesis is to describe and compare two aproaches to the education of axial symmetry in elementary schools. On the basis of the study of specialized literature, the thesis describes different ways of the axial symmetry education and also compares the contributions on the side of pupils as well as the demands on teacher´s class preparation. The main goal of the practical part of the thesis was to prepare, realize and evaluate axial symmetry education itself in two classes and to compare it with a different didactic aproach in other two classes of the sixth year. The thesis deals with axial symmerty education containing some of the elements of the constructivist style in classes where pupils have no experience with the method. The teaching itself consisted of the author´s own activities and modifications of the worksheets that were subsequently used by pupils, followed by evaluation of their meningfulness. The lessons were evaluated on the basis of audio records, own notices, pupils´ solution records and interviews with the assistant of the teacher, the outputs by means of pre-testing and post-testing. The results indicate that the lessons with the elements of constructivist teaching could be more effective for pupils rather than the transmissive teaching. The pupils considered the classes more attractive which had results in greater gaining of knowledge connected with the pupils´ personal experience. The thesis also suggests changes in experimental teaching and other comments on work with experimental classes.

KEYWORDS

axial symmetry, mathematics, pupil approaches to teaching, constructivism, teaching of mathematics

Obsah

Úvod

Cílem mé diplomové práce je popsat a porovnat dvě pojetí výuky osové souměrnosti na základních školách. Na základě studia odborné literatury jsou zde tyto způsoby výuky osové souměrnosti popsány, porovnán jejich přínos z pohledu žáků i náročnost příprav z hlediska učitele.

Při studiu odborné literatury jsem si kladla otázku, zda je možné pro toto téma použít některé prvky konstruktivistického stylu výuky i ve třídách, v kterých žáci nemají s touto metodou zkušenosti. Předpokládala jsem, že žáci, kteří absolvují částečně konstruktivně sestavený blok hodin, učivu porozumí více, než žáci, kterým byla látka předána pouze transmisivně.

Diplomová práce je rozdělena na dvě části – teoretickou a praktickou.

Teoretická část se zaměřuje na problematiku formálních a neformálních poznatků žáka, rozdíly mezi transmisivním a konstruktivistickým pojetím výuky. V samostatné podkapitole dále rozebírám zavedení a vlastnosti osové souměrnosti.

Praktická část se věnuje přípravě, realizaci a zhodnocení vlastní výuky osové souměrnosti ve dvou třídách 6. ročníku základní školy s odlišnou zkušeností s výukou matematiky. Samotná výuka se skládala z vlastních aktivit a úprav pracovních listů, které byly následně žáky použity a zhodnocena jejich smysluplnost pomocí analýzy pre-testu, audiozáznamů, vlastních poznámek, záznamů řešení žáků, rozhovorů s asistentkou učitele a analýzy post–testu. Další dvě třídy stejného ročníku byly použity jako kontrolní a výuka osové souměrnosti zde probíhala zcela odlišně.

Na závěr praktické části práce jsou navrženy případné změny experimentální výuky a další připomínky pro práci s experimentálními třídami, které by bylo třeba zohlednit při opakování výuky.

1 Teroretická část

1.1 Formální a neformální znalosti v matematice

V dnešní době se můžeme na školách setkat s velkým množstvím stylů výuky, které ovlivňují učení žáků, jejich motivaci i samotný postoj k výuce. Způsob výuky, jakým učitel vyučuje, významně ovlivňuje to, do jaké míry si žáci uchovají nově nabyté znalosti. Někteří učitelé používají za každou cenu jimi osvědčený způsob výuky a odmítají ho měnit. Neustále se vrací ke svým přípravám a osnovám a tvrdí, že případné změny nejsou potřeba, neboť matematika základní školy je dána svým matematickým obsahem (Spilková, 2008).

Spilková (2008) také dodává, že se tito učitelé v praxi drží zásady, že bez pamětného memorování se žák neobejde. Žák by si měl osvojit základní fakta a získat dostatek informací, které by si měl v budoucnu co nejrychleji vybavit při řešení konkrétních problémů. To však vede k získání formálních znalostí žáka, neboť se zde jedná o pouhé uchování poznatků do brzké doby, kdy je třeba jejich následné vybavení pro účely pouhého ověření znalostí.

Část učitelů však hodiny výše uvedeného stylu zavrhují a přiklání se k názoru, že bychom žáky měli dokázat v hodinách dobře motivovat a vést ke kritickému a kreativnímu myšlení.

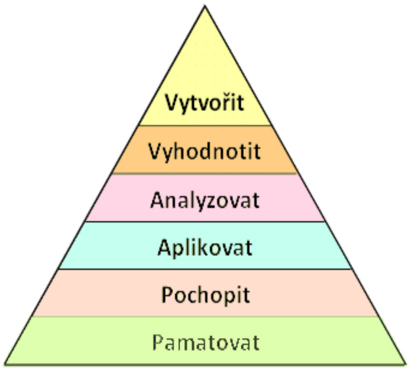
Kritické myšlení v sobě zahrnuje:

- *schopnost číst s porozuměním,*
- *schopnost rozlišovat mezi podstatnými a nepotřebnými informacemi,*
- *schopnost rozpoznat, na co jsme tázáni, či co nepotřebujeme,*
- *schopnost rozeznat nedostatek, nebo vzájemné protiřečení si informací,*
- *schopnost určit rozumnou odpověď* (Krulik a Rudnick, 1999).

Kreativní myšlení v sobě obsahuje syntézu a generování nových myšlenek a jeho výstupem je nový, komplexní myšlenkový systém (Krulik a Rudnick, 1999).

Pokud porovnáme tyto myšlenky s Bloomovou taxonomií vzdělávacích cílů, kritickému myšlení odpovídá „analyzování“ a „hodnocení“, kreativnímu myšlení pak nejvyšší stupeň, tedy „vytváření“ (Anderson a Krathwohl, 2001).

To, k čemu bychom tedy měly žáky vést, je dosažení tří nejvyšších cílů Bloomovy taxonomie (viz obrázek č. 1). Neznamená to však, že bychom mohli nižší cíle přeskočit. To nelze, neboť zapamatování, pochopení a aplikování znalostí je základem výuky. Nemělo by to být však to poslední, u čeho by výuka matematiky měla skončit.



Obrázek 1: Bloomova taxonomie vzdělávacích cílů, převzato z https://spomocnik.rvp.cz/clanek/12573/

1.1.1 Charakteristika formální a neformální znalosti

Pokud chceme porozumět příčinám žákovského neúspěchu, musíme dle Zedka (Mikulčák a kol., 1968) rozlišovat dva názvy – *formální a formalistický*.

Za *formální poznatek* můžeme považovat určitou formu, která umožňuje ekonomické využití např. matematického poznatku vzorcem. Jedná se například o řešení rovnice. Znakem formálnosti je tedy abstrakce. Použití formálních operací však nemusí vést k samotnému formalismu.

Za *formalistický poznatek* považuje takový poznatek, který jsme získali mechanickým a verbálním naučením vzorců a vět, přičemž však nedošlo ke skutečnému pochopení probrané látky.

Dále Zedek (Mikulčák a kol., 1968) uvádí některé znaky formalistického získávání poznatků:

1. *Hlavním znakem je převaha formy nad obsahem*. Žáci si osvojují formu, ale unikají jim vnitřní souvislosti. Následkem toho se naučí jistým početním výkonům, ale nedokážou zdůvodnit, proč je provádí daným způsobem.
2. *Dalším znakem je odloučení teorie od praxe*. Žáci sice dovedou odříkat poučku, nedokážou ji však uplatnit v praxi, neboť obsahu poučky řádně nerozumí.

3. *Třetím znakem je* nadvláda paměti nad porozuměním. Žáci se naučí definice, poučky či některé postupy řešení úloh zpaměti, ale jednotlivé kroky již nedovedou zdůvodnit. Na otázku „*Proč se to dělá právě uvedeným způsobem?*“ žáci odpovídají „*Protože jsme se to tak ve škole učili.*“.
4. *Posledním znakem je* šablonovitost ve vědění. Žáci se naučí různým algoritmům bez náležitého vysvětlení, pomocí nichž dovedou řešit jen příklady určitého typu. Jsou však zcela bezradní při řešení jednodušších úloh jiného typu. Pro učitele je pohodlnější předat žákům pouze algoritmy a konstrukce bez odůvodnění proč tomu tak je, ale zisk pro žáky z dlouhodobého hlediska je nulový, neboť se jedná pouze o povrchní formální znalosti.

Naproti tomu Hejný a Kuřina (2001) používají termíny formální a neformální znalost. Formální znalost je chápána jako abstraktní znalost, která není opřena o žádné izolované ani generické modely[1]. Je uložena pouze v paměti a její vybavení je obvykle obtížné. Neformální znalost je pravým opakem – má oporu v izolovaných a později generických modelech a je opřena o skutečnou zkušenost žáka. V praxi se znalosti žáků pohybují mezi těmito dvěma krajními případy.

Hejný a Kuřina (2001) také uvádí, že formalismus je jako „bacil“, který způsobuje poruchu harmonie poznávacího procesu. Pokud se jím žák nakazí, je na učiteli, aby se stal jeho lékařem. Pokud však učitel není schopen žáka léčit (tedy uvědomit si, kde chyba nastala a jak žákovi pomoci se vrátit k jednodušším příkladům, kterým porozumí), není šance formalismus odstranit. Učitelé tak často svalují vinu na dědičné dispozice žáka, kdy slýcháme: „*On nemá na matematiku buňky, nikdy tomu neporozumí*.“.

[1] Pojmy *izolovaný model a generický model* pochází z *teorie generických modelů*, kterou zformuloval Milan Hejný. Teorie se opírá o myšlenky konstruktivismu, že pokud mají být žákovy poznatky kvalitní, musí si je zkonstruovat sám. Využívá se t komu vhodná série úloh, které postupně formují žákům poznávací proces. Vše začíná u *motivace* žáka, na kterou následně navazují *izolované modely*, prostřednictvím nichž se žák setkává s různými pohledy na řešený problém. Pokud objeví souvislosti mezi nimi, dochází k *zobecnění (tzv. první abstrakční zdvih)*, během kterého žák získává hlubší vhled do problému (Hejný, 2004). Díky zobecnění žák dospěje do fáze *generického modelu*, který je prototypem pro izolované modely (může se jednat např. o vzorec, princip, návod). Ve chvíli, kdy se generické a izolované modely restrukturalizují, a žákův pohled získává abstraktnější charakter, dochází k *druhému abstrakčnímu zdvihu*, který vede k *abstraktní znalosti*-žák je např. schopen zapsat pravidlo či vztah symboly (Hejný, 2004). Po celou dobu zde hraje roli i fáze *krystalizace* (kde žák nové poznatky napojuje na své předchozí vědomosti), která se prolíná celým poznávacím procesem (Hejný, 2004).

1.1.2 Příčiny formalismu a jeho diagnostika

Největší nebezpečí formalismu hrozí v těch částech matematiky, které používají symbolizaci (například v algebře). Žáci se naučí pracovat jen se symboly či různými početními pravidly, kterým ale v důsledku nerozumí. V geometrii může například docházet k tomu, že žáci nemají dostatek správných představ či neznají terminologii, což opět vede k formalizaci některých poznatků (Molnár, Schubertová a Vaněk, 2007). Samotná formalizace terminologie je závažným problémem, neboť žáci používají slova, kterým nerozumí. Číslo racionální je pro ně ten samý pojem jako například zlomek.

Abychom mohli tento proces změnit, je nutné začít u práce učitele. Zedek (Mikulčák a kol., 1968) vidí příčiny formalismu především ve třech oblastech – v práci učitele, v jeho nedostatečné kvalifikaci a v jeho osobních vlastnostech. Pokud učitel nevede žáky k tomu, aby se nad danými problémy zamysleli, nedává jim příležitost k samostatné práci a neučí je překonávat různé překážky. Důsledkem je, že si žáci zvyknou pracovat vždy jen s cizí dopomocí učitele (či asistenta pedagoga, pokud je ve třídě přítomen). Nejsou vedeni k aktivitě a jsou nuceni pasivně přijímat poznatky, které jim předává učitel. Ten dále nekontroluje, zda žáci dovedou své poznatky využít při řešení úloh. Pokud navíc učitel nemá potřebnou kvalifikaci v daném předmětu, může se jeho osobní přístup k předmětu odrazit i na výuce. Pokud žáci cítí z učitele nezájem o předmět a žádnou potřebu předmětu porozumět, nemůžeme se divit, že sami nestojí o hlubší přijímání poznatků.

Průběh formalismu u žáka rozdělují Hejný a Kuřina (2001) do tří stádií:

1. *V první části si žák uvědomuje, že jeho znalosti jsou neplnohodnotné a pociťuje to jako nežádoucí. Stále se ještě snaží vzdorovat formalismu.*
2. *Ve druhém stádiu se žák rozhoduje, zda bude usilovat o porozumění matematice či se smíří s tím, že matematice nikdy neporozumí. Zde je již zasažena velké část kognitivní struktury a nastává kritické období.*
3. *Poslední stádium nastává ve chvíli, kdy žák sám sebe přesvědčí, že matematice nikdy rozumět nemůže a učení se nazpaměť je jediné možné východisko. Odmítá dopomoc učitele, který mu chce vysvětlit podstatu znalostí. Žádá algoritmy a poučky, které je možné nacvičit a aplikovat dále. Má tendenci na vše vytvářet „kuchařku“.*

K formalismu ve vyučování ve velké míře přispívá také počet žáků ve třídě či nedostatek času. Pokud by bylo žáků ve třídě méně, učitel by měl dostatečný prostor na to, aby každého žáka lépe poznal a porozuměl tak jeho stylu učení a chápání. Dalším problémem je to, že jsou učitelé nuceni dodržovat tematické plány a vlivem výletů a exkurzí ztrácí počet hodin, které k tomu mají k dispozici. Aby vyhověli požadavkům, omezují teorii a znalost učiva jen na mechanické zvládnutí a náročnější úlohy vyžadující delší bádání či složitější myšlenkový postup vynechávají. Vše vede právě k formalizaci poznání (Hejný a Kuřina, 2001).

Hejný a Kuřina (2001) uvádí, že čím dříve u žáka formalismus odhalíme, tím rychlejší a účinnější může být z jeho strany pomoc při následné nápravě. Někdy nás může žák o pomoc požádat sám. Obvykle se jedná o žáky, kteří nemají strach přiznat vlastní nedostatky, cítí potřebu změnit pocit toho, že něčemu nerozumí, věří, že dokážou věcem porozumět, pokud jim budou znovu vysvětleny a v neposlední řadě věří, že je to právě učitel, kdo jim dokáže pomoci. Pokud žáci nepožádají o pomoc sami, můžeme využít diagnostických nástrojů, jako jsou rozhovory či písemné práce žáka – ať už se jedná o písemky či domácí úkoly.

Hejný a kol. (1990) také uvádějí deset možností, jak diagnostikovat formální poznatek:

1. *objasnit paradox,*
2. *rekonstruovat zapomenutý vzorec,*
3. *obhájit standardní postup vůči námitce,*
4. *objasnit selhání standardního postupu,*
5. *najít chybu v úvaze,*
6. *rozhodnout o platnosti hypotézy,*
7. *aplikovat poznatek v praxi,*
8. *najít objekt požadovaných vlastností,*
9. *řešit nestandardní úlohu,*
10. *objasnit některé pojmy, souvislosti, symboliku aj.*

1.1.3 Prevence a reedukace formalismu

Formalistické poznatky jsou nestálé a v mysli žáka jsou uloženy velmi krátkodobě. Nerozvíjí myšlení ani představivost žáků. Proto je nutné proti formalistickému získávání poznatků bojovat.

Podle Zedka (Mikulčák a kol., 1968) je třeba, aby učitel vedl žáky k samostatnému řešení úloh, které jsou přiměřené jejich věku, podporoval metody, které zdůvodňují řešení, naučil žáky do hloubky promýšlet matematické problémy a při výkladu, procvičování a upevňování látky dbal na všechny didaktické zásady. Vše má nastat již při přípravě učitele na hodinu, kde by si měl ujasnit, zda jsou učivo a metody přiměřené věku žáků, proč a jak je učivo důležité v další výuce matematiky a uplatnění v životě či jaká bude samotná struktura hodiny. Také by se měl zamyslet nad tím, zda vědomosti, které žákům předloží, nebudou přijímány bez porozumění (tedy formalisticky).

Aby byla reedukace úspěšná, je zapotřebí vést žáky k poznávání, vytvářet v jejich vědomí představy o věcech a jevech a odhalit jejich podstatu. Je nutné vracet se na začátek poznávacího procesu a s žákem postupně procházet jednotlivé etapy znovu. Žák potřebuje získat izolované modely, na které následně navazují modely generické. Pomalu je formální znalost přeměňována na neformální (Hejný, Kuřina, 2001). Pokud žák sám projeví iniciativu se do tohoto procesu zapojit, nemá učitel příliš těžkou práci. Pokud si však žák neuvědomuje potřebu napravit své znalosti, je zapotřebí velké trpělivosti ze strany učitele. Může také nastat i případ, že žák sám nechce daným poznatkům porozumět. Pak je jakákoli snaha učitele zbytečná.

Neexistuje jednotný univerzální návod, jak odstranit formalismus z vědomostí žáků. Pozornost je potřeba věnovat učiteli i žákovi. Učitel musí znát dokonale učební látku, zákony principy a pravidla učení i konkrétní stav žákovy psychiky. Žák musí být tomuto stylu výuky otevřený.

1.1.4 Žákovo pojetí výuky

Zda žák získá formální či neformální znalosti ovlivňuje nejen přístup učitele k výuce, ale také do velké míry přístup samotného žáka k učení.

Kalhous a Obst (2002) tvrdí, že učení je individuální proces, který je výrazně ovlivňován charakteristikami poznávacích procesů každého jedince, jeho názory, emočním vyladěním i očekáváními, které jsou založeny na předchozích zkušenostech. Nemůžeme žáky něco naučit, pokud s tím doposud neměli žádnou zkušenost. Stejně tak je obtížné měnit předsudky na nějakou věc, neboť jsou většinou pevně zakořeněny. Pokud žákovi chceme předložit nové učivo, musíme nejprve navazovat na to, co už žák ví, co si myslí a co dovede.

Učební styl žáka je specifický způsob přijímání a zpracování informací, kterému dává jedinec přednost. Konkrétní styl učení se vyvíjí na základě osobnostních vlastností jedince a určuje, podle jakých charakteristik přistupuje žák a student k výukovému procesu (Sitná, 2009).

Typologií učebních stylů je několik, avšak uvádím zde dvě nejčastěji používané.

Nejznámější typologií učebních stylů žáka je dělení dle Mareše (1998) na dva základní přístupy k učení - povrchový a hloubkový.

Povrchový přístup ke znalostem spočívá především v reprodukci učiva a v celkovém pasivním přijímání poznatků – především v paměťovém učení a memorování (Mareš, 1998). Žáci nemají zájem o pochopení učiva, jde jim pouze o složení zkoušek a splnění požadavků konkrétní školy a poté učivo rychle zapomínají. Jedná se o vnější motivaci k učení. Nerozlišují, co je podstatné a co vedlejší učivo. Výsledkem takového učení jsou formální znalosti a malé či žádné porozumění učivu.

Hloubkový přístup k učení naopak spočívá ve snaze porozumět učivu, vystihnout jeho význam, chápat věci a jevy kolem sebe (Mareš, 1998). Žáci s tímto přístupem k učení se učí nejen kvůli zkouškám, ale také proto, že chtějí učivu porozumět a učivo je zajímá. Převládá u nich vnitřní motivace k učení. Výsledkem učení je nejen zapamatování učiva, ale i jeho pochopení a schopnost aplikace v širších souvislostech.

Dále můžeme učební styly rozdělit dle smyslových preferencí žáků – tzv. *VARK klasifikace* (Fleming, Mills, 1992). Tato klasifikace je charakteristická tím, že bere do úvahy to, které smysly student při učení preferuje. Název je akronymem[2] z anglických

[2] Akronym = zkratka složená z prvních písmen slov.

slov: VISUAL (vizuální – zrakový), AURAL (auditivní – sluchový), READ/ WRITE (číst, psát – verbální, slovní), KINESTETIC (kinestetický - pohybový). (Fleming, Mills, 1992)

1) *VISUAL – neverbální, zrakově – obrazový učební styl.* Žáci s tímto stylem se nejraději a nejlépe učí pomocí učiva v obrazové podobě. Preferují tedy obrázky, grafy, schéma, diagramy, mapy, fotografie, videa, filmy aj. Část učiva si nejraději vyznačují graficky (šipkami apod.) a barevně. Žáci, kteří preferují vizuální styl, nemají rádi přednášky, neilustrované učební texty, monology učitele či písemné úkoly s důrazem na slova.
2) *AURAL – sluchový učební styl.* Žáci, u kterých dominuje tento styl se nejraději a nejlépe učí, pokud učivo (či informace) slyší. Raději poslouchají, než hovoří, čtou, či píší. Chápat a pamatovat si psané slovo jim činí obtíže. Nejlépe se učí poslechem přednášek, magnetofonových nahrávek a povídáním s jinými žáky.
3) *READ/ WRITE – verbální, zrakově – slovní učební styl.* Žáci tohoto učebního stylu se nejraději a nejlépe učí čtením učebních textů. Nejlépe si pamatují psaná slova a čísla. Dokážou si napsané učivo v paměti vizualizovat (např. představit celou stránku s textem).
4) *KINESTETIC – pohybový učební styl.* Žáci preferující tento styl učení se nejraději a nejlépe učí, pokud mohou s učivem něco dělat – manipulovat s ním, dotýkat se učebních pomůcek, pohybovat se při učení aj. Chtějí to, co se učí, prakticky vyzkoušet. Pokud nemohou manipulovat s předměty fyzicky, snaží se o to alespoň vnitřně – myšlenkově.

1.2 Různé přístupy učitele k vyučování

1.2.1 Transmisivní pojetí výuky

Tradičním problémem při vyučování je to, že žáci učivu, které se učí, často nerozumí. Důvod uvedli Kuřina a Půlpán (2006): *„Naše škola je založena převážně „transmisivně“: učitel předává didakticky zpracované učivo formou výkladu.“*. Učitel se při transmisivně vedené hodině snaží předat žákům hotové znalosti v dobré víře, že se jedná o nejjednodušší a nejrychlejší cestu k poznání. Žák je považován za pasivního příjemce a ukladatele vědomostí do paměti, aniž by kladl důraz na jejich vzájemné propojení, což odporuje přirozenému procesu poznávání. Transmisivní způsob výkladu, který má charakter instrukce, nazýváme instruktivní (Stehlíková, 2004).

Roli učitele v transmisivní výuce lze shrnout následovně: *„Učitel v roli trenéra vede svěřence k podání maximálního výkonu u životně důležité zkoušky. Cvičí žáka v řešení typových úloh, které je možné na zkouškách očekávat, ukazuje mu triky, kterými může řešení zlehčit či urychlit. Častým opakováním vštěpuje do žákovy paměti přesné formulace definic, vět, někdy i důkazů. Ve snaze ulehčit žákovi učení hledá cesty, jak jednotlivé poznatky a poznatkové celky nahustit do dobře zapamatovatelných instrukcí, pouček, vzorců, grafů, tabulek, schémat, obrázků, přehledů, návodů a sloganů. Ví, že matematické vědomosti značně zatěžují žákovu paměť, a proto se snaží jejich skladným uzpůsobením žákovu paměť trochu odlehčit“*. (Hejný, Stehlíková, 1999)

Žákova role je v tomto způsobu vyučování velmi omezená. Mareš tuto roli charakterizuje následovně: „*U transmisivního vyučování je žák v závislém postavení, učitel zastává roli experta, direktivní autority, trenéra. Zvýrazňují se nedostatky v žákově výkonu, počítá se s jeho nesamostatností, potlačuje se jeho odpor, odměňuje se úsilí, snaha přizpůsobit se, podřídit se. Centrem učitelova zájmu bývá učivo, nikoli žák a jeho rozvoj.“* (Mareš, 1998, podle Growna, 1991).

Transmisivní vyučování také výstižně charakterizují např. Kolář a Šikulová (2007):

Tabulka 1: Transmisivní vyučování charakterizované Kolářem a Šikulovou (2007)

Činnosti učitele	**Činnosti žáka**
Stanovuje si, co bude v hodině probírat.	Netuší, co bude v hodině dělat, nebo má jen matnou představu na základě dříve zpracovaného učiva, vzpomíná, kde se s tématem setkal.
Rozdělí učivo na tematické celky a témata, která odpovídají kapitolám v učebnici, pro vyučovací hodinu si vybírá určité téma.	Vyslechne informaci, které téma se bude probírat a kde toto téma nejde v učebnici (cíle, kterých má v hodině dosáhnout, mu zůstávají skryté).
Vybrané téma oznámí žákům na začátku hodiny.	
Na začátku hodiny opakuje a zkouší učivo z předchozích hodin jako přípravu pro novou učební látku.	Prokazuje, co si zapamatoval z předcházející hodiny a jak zvládá „staré učivo“.
Nové učivo vyloží žákům.	Poslouchá a vnímá výklad učitele (rozdílně a v různé intenzitě).

Provede zápis na tabuli (popř. nadiktuje zápis).	Provádí zápis do sešitu.
Řídí opakování a upevňování učiva.	Odpovídá na položené otázky, prokazuje tím, že učitelův výklad poslouchal, že učivo „chápe a rozumí mu“, Řeší zadané úkoly, aplikuje zvládnuté postupy na upravené situace, reprodukuje učivo.
Kontroluje zvládnutí požadovaných znalostí a dovedností.	
Hodnotí zvládnutou úroveň učiva.	
Na základě podaných výkonů rozdělí žáky do několika skupin a oznámkuje.	Vyslechne a vnitřně zpracuje informaci o udělené známce. Někdy bezprostředně po výkonu, jindy s časovým zpožděním. Méně často se dozví, co neuměl a co má dělat, aby zjištěné nedostatky odstranil.
Probrané učivo přesune do kategorie „staré učivo“.	Učivo a činnosti, které byly předmětem hodnocení, přesouvá do kategorie „staré učivo“ (není třeba se jim již nedále zabývat).
Připravuje pro žáky „nové učivo“.	

I přesto, že je transmisivní pojetí výuky často kritizováno, někteří autoři v něm vidí i pozitiva. Pecina a Zormanová (2009) doporučují instruktivní výuku ke zprostředkování abstraktního učiva, pouček a pravidel při jazykové výuce či ke zprostředkování těžce pochopitelné a složité látky, která vyžaduje širší znalosti i z dalších oblastí či odborných předmětů. V každém výše uvedeném případě dostává žák systematicky utříděnou látku v uceleném systému právě díky transmisivnímu stylu výuky.

1.2.2 Konstruktivistické pojetí výuky (se zaměřením na matematiku)

Jako protipól k transmisivnímu stylu výuky, kde je žák postaven do role pasivního příjemce informací, je považováno konstruktivistické vyučování.

V psychologických a sociálních vědách je definováno jako „*směr druhé poloviny 20. století, který zdůrazňuje aktivní úlohu člověka, význam jeho vnitřních předpokladů a důležitost jeho interakce s prostředím a společností*“ (Hartl, Hartlová, 2000). Klade důraz na samostatné objevování a konstruování poznatků žáky „*na základě jejich dosavadních dovedností, zkušeností, dětských interpretací světa*“ (Spilková, 2005).

Konstruktivismus není jasně vymezenou teorií. Skládá se z mnoha proudů a v průběhu času se vyvíjí. Můžeme mluvit například o radikálním konstruktivismu (Glasersfeld, 1995), kognitivním konstruktivismu (Piaget, 1985) či sociálním konstruktivismu (Vygotskij, 1970).

Z hlediska této práce je však nejdůležitější konstruktivismus pedagogický, který se někdy vymezuje jako snaha překonat transmisivní vyučování (Kalhous a Obst, 2002). Konstruktivisté poukazují na to, že transmisivním způsobem výuky lze žáky naučit jednotlivým faktům nebo mechanickému provádění postupů, ale jejich význam a smysl nemůže být nikdy předán učitelem, knihou, mluveným či psaným slovem (Čepeláková, 2014). Jedinec porozumí významu a smyslu jen tehdy, když aktivně pracuje s informacemi a zkušenostmi, které mu předložíme.

Učitel je v pedagogickém konstruktivismu organizátorem poznávacího procesu žáka. Vytváří pozitivní pracovní klima třídy a motivuje žáky (Jirotková, 2012). Předkládá jim také různé problémy k diskuzi. Pro učitele se jedná o časově i psychicky náročnější styl výuky, neboť je velmi obtížné se zdržet jakýkoliv rad či napovídání žákům. Snaží se o to, aby každý žák přišel na princip věcí sám, protože jedině tak pochopí i logiku jejich chování.

Základní rozdíly transmisivního přístupu k vyučování a přístupu orientovaného na žáka (pedagogického konstruktivismu) popisují pomocí jednoduché tabulky autoři Molnár, Schubertová a Vaněk (2007):

Tabulka 2: Porovnání transmisivního a konstruktivistického přístupu k vyučování

Transmisivní způsob vyučování	Přístup orientovaný na žáka
Škola předává dětem především vzdělání jako výsledný produkt, který je nutno si osvojit v hotové podobě.	Škola připravuje děti pro život a vzdělávání je považováno za proces, který nikdy nekončí.
Obsah vzdělání je určován zvnějšku, je předkládán v oddělených předmětech a důraz je kladen především na osvojení si vědomostí.	Na rozhodování o obsahu vzdělání se podílejí všichni zainteresovaní (odborníci, pedagogové, rodiče, děti], je integrován do smysluplných celků a důraz je kladen na osvojení klíčových kompetencí.
Nové poznatky jsou cílem, kterého je třeba dosáhnout a které předkládá učitel prostřednictvím učebnic.	Nové poznatky jsou nástrojem k porozumění sobě i okolnímu světu, děti si je budují samy, učitelé jsou partnery, kteří podporují učení a nabízejí práci s mnoha zdroji.

Učitelé nesou odpovědnost za dění ve třídě, určují pravidla a kontrolují, jsou v ní hlavní autoritou a představují roli „předavatelů“ informací.	Pravidla pro práci a chování ve třídě tvoří učitel společně s dětmi, každý nese odpovědnost za své chování a učitelé jsou „průvodci“ na cestě za vzděláním, kteří dítě respektují.
Dítě je považováno za pasivního příjemce, za „čistý list papíru“, na který je třeba vepsat informace.	Dítě je chápáno jako aktivní tvůrce a samostatně myslící bytost, která si konstruuje vlastní poznávání na základě svých zkušeností svým vlastním způsobem.
Učitel vyučuje celou třídu stejným způsobem, většinou frontálně, děti plní příkazy učitele, pracují převážně individuálně.	Učitel nabízí dětem možnost práce různým způsobem, respektuje jejich individuální rozdíly, děti mohou pracovat individuálně, ve dvojicích, ve skupinách. Mají možnost si pomáhat a spolupracovat.
Komunikace s rodiči je vyhrazena pro případy, kdy je třeba informovat o výsledcích dítěte nebo pokud se objeví nějaký problém. Škola žije svým vlastním životem.	Rodiče jsou považováni za partnery učitele, jsou ve škole vždy vítání a očekává se jejich účast na školním vzdělávání svého dítěte.
Hodnocení je zcela v kompetenci učitele a je založeno na porovnávání úspěšnosti dítěte s ostatními dětmi prostřednictvím známek.	Hodnocení zachycuje individuální pokrok každého dítěte, podílejí se na něm i děti, které společně s učitelem formulují požadavky (kritéria) hodnocení.

V české didaktice matematiky je jedním ze zakladatelů konstruktivistického přístupu považován František Kuřina. Pro konstruktivistické přístupy k vyučování v matematice je typické „*aktivní vytváření části matematiky v mysli žáka. Podle povahy žáka může být podkladem pro takovou konstrukci otázka či problém ze světa přírody, techniky nebo matematiky samotné.*“ (Kuřina, 2002). Dle Kuřiny hraje v tomto procesu hlavní roli motivace žáka. Důležité je předkládání vhodných otázek, paradoxů či různých problémů. Pokud není žák k učení motivován, nespustí se tolik potřebný poznávací proces a není tak možnost vybudovat žádnou poznatkovou strukturu.

Hejný a Kuřina (2001) přetvořili obecný konstruktivistický přístup k vyučování v tzv. didaktický konstruktivismus, který již bere v potaz specifika vyučování matematice (Stehlíková, 2004). Zformulovali jej v deseti zásadách, ve kterých popisují vyučování matematiky:

I. Aktivita

Matematiku chápeme především jako specifickou lidskou aktivitu, tedy nikoli jen jako její výsledek, který se obvykle formuluje do souboru definic, vět a důkazů.

II. Řešení úloh

Podstatnou složkou matematické aktivity je hledání souvislostí, řešení úloh a problémů, tvorba pojmů, zobecňování tvrzení a jejich dokazování. Popsaný proces může probíhat v matematice samé nebo v libovolné jiné oblasti lidského poznání. Tvorba matematických modelů reality je pak jeho součástí.

III. Konstrukce poznatků

Poznatky, a to nejen poznatky matematické, jsou nepřenosné. Přenosné (z knih, časopisů, přednášek a různých médií) jsou pouze informace. Poznatky vznikají v mysli poznávajícího člověka. Jsou to individuální konstrukty.

IV. Zkušenosti

Vytváření poznatků (např. v oblasti pojmů, postupů, představ, domněnek, tvrzení, zdůvodnění,…) se opírá o informace, je však podmíněno zkušenostmi poznávajícího. Zkušenosti si přináší žák zčásti z kontaktu s realitou svého života, měl by však mít dostatek příležitostí nabývat zkušeností i ve škole (experimentování, řešení úloh, ...).

V. Podnětné prostředí

Základem matematického vzdělávání konstruktivistického typu je vytváření prostředí podněcujícího tvořivost. Nutným předpokladem toho je tvořivý učitel a dostatek vhodných podnětů (otázky, úlohy, problémy…) na straně jedné a sociální klima třídy příznivé tvořivosti na straně druhé

VI. Interakce

Ačkoli je konstrukce poznatků proces individuální, přispívá k jeho rozvoji sociální interakce ve třídě (diskuse, srovnávání výsledků, konstrukce příkladů *a protipříkladů, pokusy o formulace domněnek a tvrzení, argumentace, hledání důkazů…).*

VII. Reprezentace a strukturování

Pro konstruktivistický přístup k vyučování je charakteristické pěstování nejrůznějších druhů reprezentace a strukturální budování matematického světa. Dílčí zkušenosti a poznatky jsou různě orientovány, tříděny, hierarchizovány, vznikají obecnější a abstraktnější pojmy.

VIII. Komunikace

Pro konstruktivistické vyučování v matematice má značný význam komunikace ve třídě a pěstování různých jazyků matematiky. Jedním z nich je neverbální vyjadřování, jiným matematická symbolika. Dovednost vyjadřovat vlastní myšlenky a rozumět jazyku druhých je třeba systematicky pěstovat.

IX. Vzdělávací proces

*Vzdělávací proces v matematice je nutno hodnotit minimálně ze tří hledisek. První je **porozumění matematice**, druhé je **zvládnutí matematického řemesla**, třetí jsou **aplikace matematiky**. Pro porozumění matematice má zásadní význam vytváření představ, pojmů a postupů, uvědomování si souvislostí. Rozvíjení matematického řemesla vyžaduje trénink a případně i paměťové zvládnutí určitých pravidel, algoritmů a definic. Aplikace matematiky nemusí být jen vyvrcholením vzdělávacího procesu; mohou hrát roli i motivační. Matematiku se učíme jejich provozováním.*

X. Formální poznání

Vyučování, které má charakter předávání informací (vyučování transmisivní), nebo vyučování, které dává pouze návody, jak postupovat (vyučování instruktivní), vede především k ukládání informací do paměti. To umožňuje v lepším případě jejich reprodukci (např. u zkoušky), obvykle však dochází k jejich rychlému zapomínání *a zřídkakdy k jejich netriviálnímu využití. Takové poznání je pseudopoznáním, je poznáním formálním.*

Aby však bylo vyučování matematiky nejen uznávanou, ale i vítanou složkou vzdělávání, muselo by dle Hejného a Kuřiny (2001) splňovat následující čtyři požadavky:

1. Matematické vzdělání bude užitečné a smysluplné, bude-li rozvíjet a pěstovat schopnost samostatného a kritického myšlení.
2. Matematika bude užitečná, bude-li součástí lidské kultury a bude-li účinně pomáhat řešit i problémy každodenní praxe.
3. Matematické vzdělání bude mít smysl, bude-li pěstovat zvídavost, klást otázky a přispívat ke kritickým postojům.
4. Matematika bude užitečná, bude-li rozvíjet potřebné pracovní návyky žáků a studentů. Může mít i ráz hry; neměla by být drezurou, ale tvořivou prací.

Někteří autoři také chápou konstruktivistické a transmisivní pojetí výuky jako vzájemně se doplňující. Stehlíková (2004) hovoří o tzv. realistickém konstruktivismu, který více odpovídá reálným možnostem využití konstruktivistického přístupu v matematice. Cituje Kuřinu:

„*Při řešení… problému můžeme přirozeně sdělovat žáku všechny potřebné informace, vysvětlovat pojmy, odkazovat na poznatky v příručkách a encyklopediích, ale vše ve službách rodící se matematiky v duševním světě žáka. Konstruktivní vyučování tedy může obsahovat transmisi celých partií, může obsahovat i instrukce k řešení typických úloh.*“ (Kuřina, 2002 dle Stehlíkové, 2004).

Tak jako konstruktivistické pojetí výuky může přejímat transmisi některého učiva, může i transmisivní výuka obsahovat komplexní úlohy vyžadující vlastní konstrukci souvislostí v určité části učiva (většinou jsou tyto úlohy označeny jako „netypické“). Jiní autoři připouštějí, že transmise je mnohdy nutností, protože „*ne všechno se dá vymyslet*“ (Rendl, 2008). Oba přístupy se však dají brát jako krajní případy vyučování, přičemž realita je zpravidla někde mezi nimi. Úkolem učitele je, aby odhadl, jaká míra „konstruktivnosti“ a „transmisivnosti“ je pro daný okamžik vhodná (Stehlíková, 2004).

Aby tomu tak mohlo být, je zapotřebí, aby učitel důkladně porozuměl látce, kterou chce se žáky probrat. Proto se další kapitola zabývá definicí a vlastnostmi osové souměrnosti.

1.3 Osová souměrnost

1.3.1 Definice a vlastnosti osové souměrnosti

Definici osové souměrnosti v rovině uvádí Odvárko a Kadleček (2004) v Přehledu matematiky pro základní školy a víceletá gymnázia následovně:

Osová souměrnost se nazývá zobrazení určené přímkou o, ve kterém:

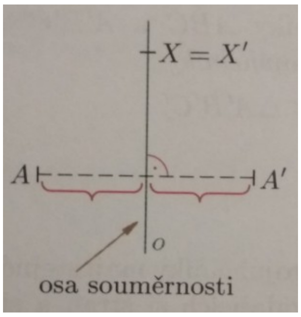
- *každému bodu $X \in o$ je přiřazen bod $X' = X$,*
- *každému bodu $A \notin o$ je přiřazen bod A' takový, že přímka AA' je kolmá k přímce o a průsečík přímek AA' a o je střed úsečky AA'.*

Přímka o se nazývá osa souměrnosti.

Osová souměrnost je shodné zobrazení.

V osové souměrnosti jsou samodružné všechny body, které leží na ose souměrnosti.

Definice je doplněná obrázkem (obr. č. 2), který ukazuje zobrazení bodu A v osové souměrnosti s osou o.



Obrázek 2: Obrázek doplňující definici osové souměrnosti v Přehledu matematiky pro základní školy a víceletá gymnázia (Odvárko a Kadleček, 2004)

Základní vlastnosti osové souměrnosti jsou:

- Bod X a jeho obraz X′ leží na přímce kolmé k ose souměrnosti.
- Obrazem přímky je zase přímka.
- Je-li přímka různoběžná s osou souměrnosti, pak její průsečík s osou je samodružný a náleží také obrazu dané různoběžné přímky.

- Je-li přímka rovnoběžná s osou souměrnosti, pak její obraz je také rovnoběžný s osou souměrnosti.
- Osa souměrnosti je samodružná přímka, je množinou všech samodružných bodů
- Samodružné přímky jsou také všechny přímky kolmé k ose souměrnosti.
- Osová souměrnost mění orientaci útvarů – pokud bylo pořadí vrcholů v trojúhelníku ve směru pohybu hodinových ručiček, pak pořadí jejich obrazů v osové souměrnosti je proti směru hodinových ručiček a naopak.
- Osová souměrnost v rovině má jen dva samodružné směry – směr její osy a směr k ní kolmý. V prostoru je rovněž samodružný směr osy a každý k ní kolmý.

1.3.2 Ukotvení osové souměrnosti v RVP

S osovou souměrností se setkávají žáci i v nižších ročnících základní školy a to nejen díky aktivitě daných vyučujících, ale i díky povinným výstupům RVP, kde je osová souměrnost pevně zakotvena. Na základě RVP si pak dané školy zpracovávají ŠVP. V tabulce č. 3 jsou uvedeny konkrétní výstupy a učivo týkající se osové souměrnosti, s kterým se žáci 6. ročníku již během školní docházky na prvním stupni ZŠ setkali.

Tabulka 3: Ukotvení osové souměrnosti v RVP

Ročník	**RVP výstupy**
3. ročník	M-3-3-01 Rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci.
	M-3-3-03 Rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině.
4. ročník	M-5-3-05 Rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru.
5. ročník	M-5-3-05 Rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary, určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru.
6. ročník	M-9-3-08 Načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru ve středové a osové souměrnosti, určí osově a středově souměrný obraz.
	M-9-3-06 Načrtne a sestrojí rovinné útvary.

1.4 Shrnutí ve vztahu k přípravě vlastní výuky

Jelikož se na dvou nymburských školách stále ještě učí matematika transmisivním stylem, který nevede k důkladnému osvojení trvalých poznatků žáky, rozhodla jsem se na dvě z těchto tříd prvky konstruktivistické výuky při výuce tématu osové souměrnosti.

Zásadní bylo poskytnout žákům dostatečný prostor na samostatné řešení úloh, podporovat vzájemnou spolupráci ve skupinách a vyhnout se pouhému memorování postupu a předkládání pouček bez hlubšího pochopení.

2 Praktická část

2.1 Rámcový popis experimentální výuky

Cílem diplomové práce bylo na základě prostudování odborné literatury a výzkumů navrhnout, realizovat a následně vyhodnotit výuku osové souměrnosti ve dvou třídách 6. ročníku, které mají s předchozí výukou matematiky odlišnou zkušenost. Cílem výuky bylo umožnit žákům získat potřebné znalosti daného tématu v podnětném prostředí (ve kterém běžně nepracují), což by mělo za následek trvalejší ukotvení žákovských poznatků. Abych se vyhnula opakování, bude příprava výuky uvedena níže s popisem její realizace.

Experimentální výuka probíhala ve dvou třídách ZŠ Tyršova, 6. A a 6. C v průběhu dubna 2019. Obě třídy jsem převzala v září 2018 (na začátku páté třídy), tudíž jsem mohla vycházet z informací o žácích, které jsem za necelé dva roky nashromáždila. Jako kontrolní vzorky jsem zvolila další třídu z této školy, 6. B, a jednu třídu ze ZŠ Komenského ze stejného města – 6. D.

Před samotnou výukou jsem navštívila předchozí učitelky všech čtyř tříd na prvním stupni a pohovořila s nimi o způsobu výuky osové souměrnosti. Byly mi poskytnuty materiály (pracovní sešity, učebnice i pracovní listy), které učitelky při výuce využívaly (viz další kapitoly). Také jsem vycházela z náslechů, které jsem absolvovala ve třídách 6. B a 6. D a rozhovoru s učiteli, kteří v této třídě v současné době matematiku vyučují. Žákům všech tříd byl před zahájením výuky položen pre-test, který měl za cíl zjistit vstupní znalosti žáků ohledně daného tématu.

Pro vyhodnocení experimentální výuky byly použity audiozáznamy, fotografie a skeny práce žáků a moje poznámky. Současně mi byly poskytnuty poznámky asistentky pedagoga, která byla přítomna na všech hodinách v 6. A a pracovala s jednou konkrétní skupinkou. Třídu 6. C navštívila během dvou vyučovacích hodin paní učitelka, která vyučovala v 6. B, a s ní byly dané hodiny také prodiskutovány.

Na závěr výuky žáci absolvovali post-test, který ověřoval jejich nově nabyté znalosti týkající se osové souměrnosti. Výsledky post-testu byly použity k porovnání efektivnosti jednotlivých využitých výukových strategií a úpravě plánu experimentální výuky.

Následující kapitoly obsahují charakteristiku zkoumaných tříd, včetně žáků se specifickými problémy učení a popis výuky osové souměrnosti na prvním stupni daných základních škol. Jsou zde popsány projekty týkající se osové souměrnosti, kterých se některé třídy účastnily v 5. ročníku i porovnány závěrečné známky žáků z matematiky v průběhu jejich dosavadní školní docházky. Dále zde nalezneme podrobný plán experimentální výuky, její realizaci a následně vyhodnocený post-test ověřující nově nabyté vědomosti žáků.

Pro účely uchování soukromí žáků byla jejich jména v rámci této práce nahrazena smyšlenými.

2.2 Zkoumané třídy

2.2.1 Ukotvení osové souměrnosti v ŠVP jednotlivých škol

Žáci tříd, ve kterých byla realizována výuka, se s osovou souměrností seznámili již v nižších ročnících, a to nejen díky aktivitě daných vyučujících, ale i díky povinným výstupům RVP, na základě kterých je dále zpracováno i ŠVP. V tabulce č. 4 můžeme porovnat konkrétní výstupy a učivo týkající se osové souměrnosti, které je zaznamenáno v ŠVP jednotlivých zkoumaných škol. Jedná se tedy o učivo, s nímž se žáci 6. ročníku již setkali. Jak je vidět, výstupy jsou téměř shodné, pouze ZŠ Komenského nemá v žádném ročníku zmínku o sestrojení osově souměrného útvaru za pomoci čtvercové sítě.

Tabulka 4: Ukotvení osové souměrnosti v ŠVP ZŠ Tyršova a ZŠ Komenského

Ročník	ŠVP výstupy ZŠ Tyršova	Učivo	ŠVP výstupy ZŠ Komenského	Učivo
3. ročník	Rozezná jednoduché souměrné útvary v rovině.	Modelování a rozeznávání jednoduchých souměrných útvarů v rovině.	Osově souměrné útvary.	Rozezná a modeluje osově souměrné rovinné útvary, uvede konkrétní příklady.
4. ročník	Pozná souměrný útvar, nakreslí souměrný útvar.	Osa souměrnosti, určování souměrnosti překládáním papíru na obrázcích.	Osová souměrnost rovinného útvaru	Určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru.

		Souměrné útvary ve čtvercové síti, konstrukce souměrného útvaru ve čtvercové síti.		Rozpozná a využije osovou souměrnost i v praktických činnostech a situacích.
	Určí osu souměrnosti překládáním.	Osa souměrnosti, určování os souměrnosti překládáním papíru na obrázcích.		
5. ročník	V ŠVP není uvedeno.	V ŠVP není uvedeno.	V ŠVP není uvedeno.	V ŠVP není uvedeno.
6. ročník	Načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru v osové souměrnosti, určí osově souměrný útvar.	Osová souměrnost.	Osová souměrnost a její vlastnosti, osa rovinných útvarů.	Načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru v osové souměrnosti, určí osově souměrný útvar.

2.2.2 Charakteristika třídy 6. A ze ZŠ Tyršova

Ve třídě 6. A se nachází celkem 24 žáků, z toho 11 dívek a 13 chlapců. Jedná se třídu, která se vyznačuje relativně klidným chováním, které ovlivňují jen drobné výkyvy v chování některých chlapců. Dva chlapci, Sebastian a Patrik, jsou náladoví a občas mají mezi sebou drobné spory, které ovlivňují chování ostatních chlapců ze třídy (ti se přiklání na stranu jednoho či druhého a vznikají tak dva tábory, které mezi sebou dočasně válčí). V hodinách matematiky se to poté projevuje v neschopnosti některých žáků spolupracovat.

Dalším specifikem třídy je žák, který má diagnostikovanou těžkou formu elektivního mutismu. Tento žák, David, nemluví nikde jinde než doma. V případě potřeby komunikuje psaním, případně pomocí elektronického překladače. David je ale inteligentní chlapec, který vyniká právě v matematice, tudíž s ním při výuce nejsou žádné problémy. Všechno, co je potřeba napíše, nebo to za něj přečte či přeloží jeho spolusedící.

Třídu také navštěvují dva žáci, kteří propadli v 6. třídě a tento ročník tedy opakují (nepropadli však z matematiky, nýbrž z informatiky a fyziky). Jeden žák, Milan, je ale velice snaživý a udržuje svůj prospěch průměrný. Rychle se přizpůsobil mému stylu výuky (minulý rok ho učila jiná učitelka). Druhý žák, Martin, má ve svém prospěchu velké výkyvy – dokáže se udržet na jedničkách i dvojkách, když se pro to rozhodne. Je hodně znát, že v takových chvílích čerpá ze svých znalostí z minulého školního roku, kdy téma v matematice probíral (shodou okolností jsem ho učila já). Často však výuku bojkotuje a nepracuje vůbec. V těchto chvílích odevzdává prázdné testy, což se samozřejmě projevuje na jeho známkách.

Na hodiny matematiky také dochází jeden žák z vyššího ročníku (sedmé třídy). Honza má individuální plán, v rámci něhož má snížené výstupy pouze z matematiky a na tento předmět tak dochází do nižšího ročníku. Nutno podotknout, že třídu navštěvuje již druhým rokem, takže spolužáci jsou na něj již zvyklí.

Posledním chlapcem ve třídě, kterého chci zmínit, je Jirka P., který letos přišel do třídy z vesnické školy a prvním rokem má k dispozici asistentku pedagoga. Jirka má diagnostikovanou kombinaci specifických poruch učení a má podobně jako Honza snížené výstupy z matematiky společně s individuálním plánem. Bez asistentky je v hodinách bezradný – nedokáže se soustředit, stíhat zápisy a neví, jaké cvičení a kde se má právě plnit. Problémem však je, že je povahou tichý a nesmělý. Ani spolu s asistentkou si Jirka kolikrát nedokáže poradit, protože si o pomoc neřekne a raději odkývá, že vše chápe, místo toho, aby se ozval.

Co se týče dívek ve třídě, jsou na rozdíl od chlapců velice tiché a nesmělé. Příliš se neprojevují, ani nemají potřebu se prosadit. V matematice se často bojí nahlas zeptat a přiznat, že nepochopily zadání, nebo že nestíhají plnit zadané úkoly. Občas se stává, že jedna či dvě žákyně se zeptají a prolomí tak bariéru ostychu a ostatní dívky pak také přidají a lépe komunikují.

Skladba třídy se od konce pátého ročníku změnila. Třídu ovlivnili nově příchozí žáci z okolních vesnic (celkem 6 žáků) a dva žáci, kteří odešli na konci páté třídy na gymnázium. Třída nové žáky přijala, avšak výrazně klesl průměr jejich známek. Jeden žák propadl na konci roku z matematiky a bohužel tak opakuje pátý ročník (tuto třídu tedy opustil). Jelikož třídu učím právě od již zmíněného pátého ročníku, vidím zde velký rozdíl.

Níže v tabulce uvádím přehled známek žáků z matematiky na výsledném vysvědčení v jednotlivých ročnících. Podtržené známky jsou známky žáků, kteří absolvovali daný ročník na jiné škole.

Celkově je třída dle mého názoru v matematice lepší než průměrná s vyšší koncentrací šikovných žáků.

Tabulka 5: Prospěch žáků 6. A ZŠ Tyršova v matematice od začátku školní docházky

	Ročník				
	1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**
Terka	1	1	1	2	1
Elenka	1	2	2	2	2
Eva	1	1	3	3	3
Domča	1	1	2	2	2
Míša	1	1	2	2	2
Natka	1	2	2	2	2
Adéla	1	1	1	1	1
Majka	1	1	2	2	2
Linda	1	1	2	2	1
Anička	1	1	1	1	2
Johanka	1	1	1	1	1
Milan	2	2	3	4	5/4[3]
Honza[4]	SH/3	SH	SH	SH	SH
Láďa	1	1	1	1	1
David	1	1	1	1	1
Kristián	1	1	1	2	1
Patrik	1	1	2	2	2
Jirka K.	1	1	1	1	1
Jirka P.	2	2	3	3	3
Adam	1	1	1	2	1
Sebastian	1	1	1	2	2
Matěj	1	1	1	1	1
Pepa	1	1	2	1	2
Martin	2	3	3	3	3

Dále ještě uvádím žáky, kteří mají určité specifické poruchy učení.

Tabulka 6: Specifické problémy učení žáků ve třídě 6. A ZŠ Tyršova

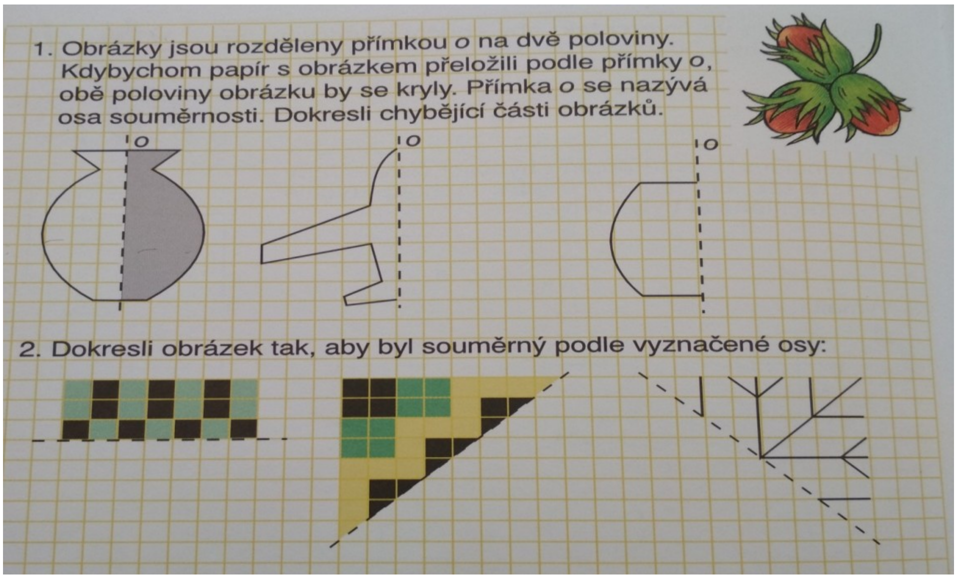
Jméno	**SPU**
David	Těžká forma selektivního mutismu.
Jirka P.	Porucha pozornosti bez hyperaktivity, dyslexie, dysortografie a dyskalkulie těžké formy.
Eva	V současné době čeká na vyšetření, podezření na dyskalkulii.
Honza	Dyslexie, dysortografie, dyskalkulie.

[3] Milan byl díky špatným známkám na konci 5. ročníku klasifikován nedostatečně a skládal opravné zkoušky v srpnovém termínu. Podařilo se mu je splnit s ohodnocením dostatečný a postoupil tak do dalšího ročníku.
[4] Honza byl na bývalé škole hodnocen slovně (dále jen SH). První ročník na doporučení psychologa opakoval.

Výuka osové souměrnosti na prvním stupni

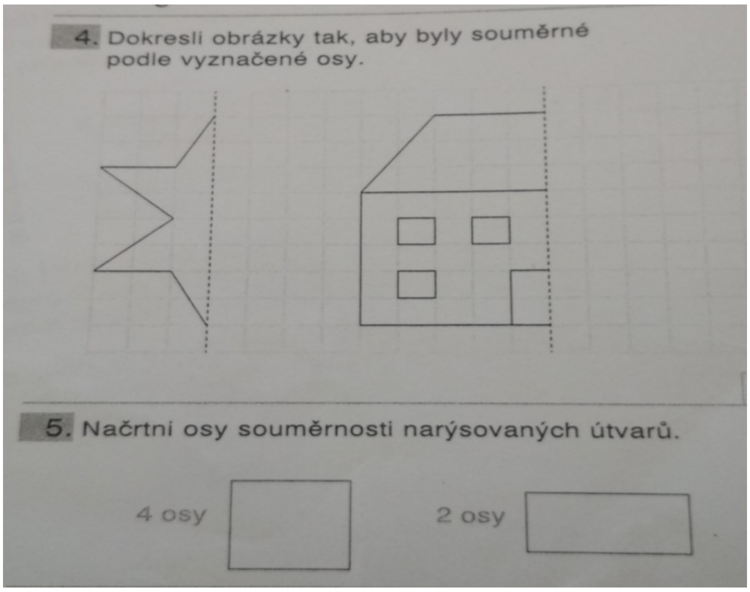
Třída 6. A se na 1. stupni setkala především s klasickým dokreslováním obrázků – motýlů, sněhuláků, mraků a jiných obrázků, které jsou dětem blízké již z mladšího věku. Žáci již měli zkušenost s dokreslováním jednodušších obrázků dle vyznačené osy souměrnosti ve čtvercové síti. Do hloubky se věnovali pouze ose úsečky – určovali ji půlením proužku papírku, měřením, ale i pomocí kružítka.

Jako učebnice používali žáci edici ALTER (Blažková, Vaňurová, Matoušková a Staudková, 1995), kde v učebnici pro třetí ročník jsou uvedeny dvě úlohy na dokreslování obrázků ve čtvercové síti, a to různé náročnosti (viz obrázek č. 3). Úlohy jsou zde zařazeny až na konci učebnice a patří mezi úlohy s názvem „Tři oříšky pro chytré hlavy“, což jsou poslední tři stránky učebnice s bonusovými úlohami.



Obrázek 3: Ukázka úlohy na osovou souměrnosti v učebnici ALTER pro 3. ročník

Třídní učitelka této třídy z prvního stupně uvedla, že nepoužívala k výuce osové souměrnosti žádné pracovní listy. Poskytla mi ukázku z testu pro 4. ročník, kde osovou souměrnost také lehce probírali (viz obrázek č. 4).



Obrázek 4: Ukázka dvou testových úloh týkajících se osové souměrnosti ve 4. třídě

V pátém ročníku, kdy jsem výuku matematiky ve třídě převzala já, se žáci setkali s osovou souměrností znovu, a to dle osnov školního vzdělávacího programu. Výuka byla realizována především dle úloh v pracovním sešitě edice Hravá matematika od nakladatelství TAKTIK (Hrubčová, Mikelová a kol., 2017). Pracovní sešit se na osovou souměrnost zaměřuje pouze na jedné stránce, kde nabízí žákům dvě úlohy na dokreslení osově souměrného obrazce, jednu na rozpoznání osově souměrných slov a jednu úlohu zaměřující se na osově souměrné dopravní značky.

2.2.3 Charakteristika třídy 6. B ze ZŠ Tyršova

Ve třídě 6. B se vzdělává celkem 24 žáků, z toho 13 dívek a 11 chlapců. Třída pokračuje v téměř nezměněné sestavě z prvního stupně, ke které se připojili 4 noví žáci dojíždějící z vesnic a jiných škol, jeden žák přestoupil z paralelní třídy. Žáci jsou slabší po stránce logického myšlení a v geometrii, ale i přes tyto obtíže jsou lační po nových vědomostech a dovednostech a výuka matematiky je zajímá a baví. Třída je hodně živá a upovídaná, ale též aktivní. Žáci velmi rádi chodí počítat k tabuli. Domácí úkoly až na výjimky plní vzorně.

Ve třídě nepracuje asistent pedagoga, je zde však několik žáků s podpůrnými opatřeními.

Bára M. má diagnostikovanou středně těžkou vadu řeči, selektivní mutismus. Pracuje podle IVP s podpůrnými opatřeními 2. stupně. Je potřeba častěji kontrolovat pochopení zadání a dodávat sebevědomí. Její domácí příprava je vzorná, stejně jako spolupráce s maminkou.

Petr má diagnostikované středně těžké poruchy učení, rovněž pracuje podle IVP s podpůrnými opatřeními 2, stupně. Má velmi nízké sebevědomí, často říká, že učivo nechápe, i když mu rozumí. Je potřeba mu dodávat sebevědomí, ujišťovat ho o správném postupu. Velké problémy mu činí absence a doplňování většího množství učiva.

Další žák, David Č., má oslabenou paměť a poruchy pozornosti. Často není schopen samostatné práce, je potřeba ho častěji kontrolovat, zda pracuje a pobízet ho k další práci. Pracuje též podle IVP s podpůrnými opatřeními 2. stupně a navštěvuje pedagogickou intervenci zaměřenou na matematiku v časovém rozsahu 1 hodiny týdně.

Jeden z nově příchozích žáků, Honza N., má diagnostikovanou dysgrafii, která se projevuje v kvalitě jeho rýsování.

Ve třídě je také Tadeáš, který zvládá plnit úkoly obsahující učivo vyšších ročníků.

Níže v tabulce uvádím přehled známek žáků z matematiky na výsledném vysvědčení v jednotlivých ročnících. Podtržené známky opět znamenají, že žáci absolvovali ročník na jiné základní škole. Pokud je u žáků místo známky uvedena pomlčka, znamená to, že žáci na dané škole nebyli hodnoceni – přišli z vesnických škol či se přestěhovali a jejich známky mi nebyly poskytnuty.

Tabulka 7: Prospěch žáků 6. B ZŠ Tyršova v matematice od začátku školní docházky

	Ročník				
	1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**
Šimon B.	2	3	3	3	2
Michal	-	-	-	-	-
David Č.	2	2	2	3	3
Laura	1	1	2	2	2
Tadeáš	1	1	1	1	1
Sára	1	2	3	2	3
David F.	-	-	-	-	-
Šimon H.	1	1	1	1	1
Sam	1	1	1	1	1
Honza K.	3	1	2	4	4
Petr	1	1	2	1	2
Tomáš	-	-	-	-	-

Bára M.	2	2	3	1	2
Katka	2	2	2	2	2
Honza N.	-	-	-	-	4
Anička P.	1	1	2	1	1
Bára S.	-	-	-	-	-
Simona	2	1	3	2	3
Lucka	1	1	1	1	1
Ema	1	2	2	1	1
Eliška	1	1	2	2	3
Anička Š.	2	2	3	3	3
Jiřina	1	1	2	2	2
Matěj	-	-	-	-	-

Dále tedy uvádím žáky, kteří mají určité specifické poruchy učení.

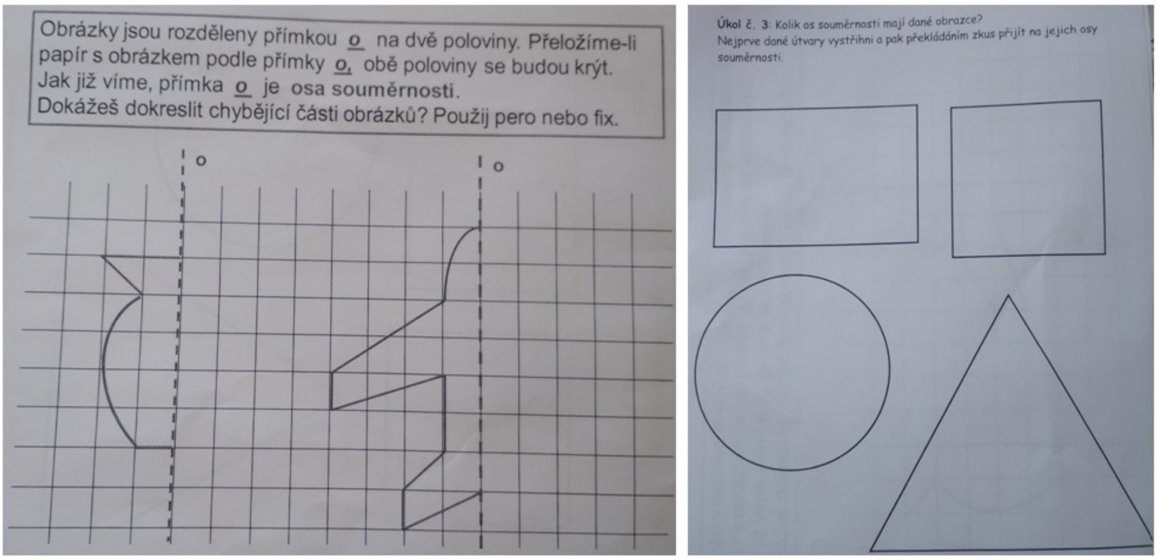
Tabulka 8: Specifické problémy učení žáků ve třídě 6. B ZŠ Tyršova

Jméno	**SPU**
Bára	Středně těžká forma selektivního mutismu.
Petr	Středně těžké poruchy učení.
David Č.	Oslabená paměť, porucha pozornosti.
Honza N.	Dysgrafie.

Výuka osové souměrnosti na prvním stupni

Výuka osové souměrnosti na prvním stupni probíhala v této třídě podobně jako ve třídě 6. A. Učitelky používaly stejné učebnice i pracovní sešity a uvedly, že pro osovou souměrnost nepoužívaly zvláštní pracovní listy. Materiály i výuku spolu pravidelně konzultují.

V pátém ročníku se třída s osovou souměrností setkala v rámci části tandemové výuky vyučujících matematiky a informatiky. Žáci měli nejprve za úkol na dvou pracovních listech dokreslit obrázky dle osy souměrnosti a zjistit překládáním papíru počet os souměrností u čtyř různých rovinných útvarů (viz obrázek č. 4). Dle slov vyučující jim to obtíže nečinilo právě díky předchozím zkušenostem s osovou souměrností.



Obrázek 5: Ukázka pracovního listů tandemové výuky u třídy 6. B

V rámci informatiky si pak žáci vyzkoušeli upravit obličeje známých osobností a své vlastní dle osové souměrnosti, respektive dotvořit polovinu obličeje přes svislou osu souměrnosti (viz obrázky č. 6 a 7). Cílem výuky bylo žákům přiblížit fakt, že žádný lidský obličej není osově souměrný. Žákům byl sice výsledek předem jasný, přesto je však možnosti osově souměrných obličejů – především jejich vlastních – velice zaujaly.

Obrázek 6: Ukázka symetrického obličeje Ewy Farné (práce žáka 6. B)

Obrázek 7: Ukázka symetrických obličejů žáků 6. B

Celkově tato třída měla odlišné zkušenosti s výukou osové souměrnosti oproti zbylým třem třídám.

2.2.4 Charakteristika třídy 6. C ze ZŠ Tyršova

Třídu 6. C tvoří celkem 24 žáků, z toho 10 dívek a 14 chlapců. Oproti předchozí třídě je zde větší počet chlapců a to se odráží na celkovém chování třídy. Chlapci jsou živější, a to se projevuje i v hodinách matematiky, kdy je těžké je rozsadit dle rozumného zasedacího pořádku, aby nerušili výuku nebo se řádně soustředili.

Také se zde nachází žák, který má velmi špatné rodinné zázemí – jeho rodiče jsou negramotní (neumí pořádně číst a psát, počítat vůbec), takže jeho domácí příprava je nulová. Sám je znalostně průměrný, bohužel mnohdy nechápe zadání úloh a tak je sám doma není schopen řešit. Dan je však velice snaživý a v hodinách se zapojuje vždy – hlásí se, aktivně pracuje a sám se chodí poradit a zkontrolovat si výsledky (i přes to, že to není vždy vyžadováno).

Dále tuto třídu navštěvuje Petr, který v pátém ročníku z matematiky propadl, avšak při opravné zkoušce se mu povedlo získat známku „dostatečnou“ a postoupil tak dále. Nicméně situace se opakuje – žák nenosí pomůcky, neplní domácí úkoly, ani se neučí.

Ani dívky nejsou v této třídě všechny klidné. Je zde trojice dívek, která v matematice nevyniká a jejich největší zábavou (především o přestávkách, ale i o hodinách) je „vyvádět neplechu a hrát si před třídou na frajerky“. Bohužel vzhledem k malým znalostem matematiky to u Terky Z. vypadá na nedostatečnou známku při závěrečném hodnocení. Maruška patří v hodnocení k průměrným žákyním, avšak příprava na hodiny je téměř nulová. Třetí z party, Eliška, má lepší rodinné zázemí než předchozí dvě. Nosí úkoly, doma se s matkou učí a díky tomu průměrně prospívá. Avšak v hodinách se připojuje ke svým dvěma kamarádkám, nedává pozor a těžko pak látku dohání.

Dále je novým členem třídy Soňa, která měla na konci minulého roku na vysvědčení nedostatečnou z matematiky a opakuje tak šestý ročník. Neplní domácí úkoly, nenosí pomůcky, avšak v hodinách o ní nevím – pracuje v tichosti, snaží se, ale o pomoc si sama neřekne.

Ve třídě jsou velké rozdíly mezi znalostmi žáků. Je zde skupina 8 žáků, kteří v matematice vynikají, řeší těžší úlohy než jejich spolužáci a potřebují mne, učitele, pouze k vysvětlení látky, kterou téměř ihned precizně ovládají. Jejich výuka se liší od zbytku třídy, neboť mají více práce v hodině, řeší různé typy úloh a logické hádanky. Díky rychlému tempu mnohdy stíhají domácí úkoly ve škole, tudíž doma se příliš matematice nevěnují (výjimkou jsou přípravy na větší písemné práce, na které se část z nich dle jejich slov „alespoň trochu podívá“). Jedna dívka z této skupiny (Adéla) byla přijata na osmileté gymnázium, ale rozhodla se nenastoupit a zůstat na základní škole.

Skladba třídy se od konce pátého ročníku změnila. Třídu ovlivnili nově příchozí žáci z okolních vesnic (celkem 3 žáci) a tři žáci, kteří odešli na konci páté třídy na gymnázium. Třída nové žáky přijala, avšak výrazně klesl průměr jejich známek. Tři žáci této třídy propadli na konci roku z matematiky a bohužel tak opakují pátý ročník (tuto třídu tedy opustili). Jelikož třídu učím již od pátého ročníku, vidím zde velký rozdíl ve znalostech žáků.

Níže v tabulce uvádím přehled známek žáků z matematiky na výsledném vysvědčení v jednotlivých ročnících. Podtržené známky opět znamenají, že žáci absolvovali ročník na jiné základní škole.

Tabulka 9: Prospěch žáků 6. C ZŠ Tyršova v matematice od začátku školní docházky

	Ročník				
	1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**
Aneta	1	2	1	1	2
Eliška	1	2	2	2	3
Kája	1	1	1	1	1
Karolína	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{2}$	$\underline{2}$
Adéla	1	1	1	1	1
Soňa	3	4	4	4	4
Maruška	$\underline{1}$	$\underline{2}$	$\underline{2}$	$\underline{4}$	$\underline{4}$
Natka	1	1	1	1	1
Terka M.	1	1	1	1	1
Terka Z.	1	2	2	3	4
Petr	3	3	3	4	5/4
Dan	3	2	1	3	3
Vašek	1	2	1	1	2
Matěj	1	2	2	3	2
Aleš	1	1	1	1	2
Jirka	1	1	1	1	1
Adam	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{2}$
Michal	1	1	1	1	1
Ondřej	1	1	1	2	2
Mates	1	1	1	1	1
Matyáš T.	1	2	2	2	2
Miky	1	2	2	3	3
Honza	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{1}$	$\underline{2}$	$\underline{2}$
Fanda	1	2	2	2	3

Dále ještě uvádím žáky, kteří mají určité specifické poruchy učení.

Tabulka 10: Specifické problémy učení žáků ve třídě 6. C ZŠ Tyršova

Jméno	**SPU**
Eliška	Hyperkinetická porucha chování (ADHD).
Petr	Dysortografie těžké formy.
Maruška	V současné době čeká na vyšetření, podezření na více SPU dohromady.
Fanda	Dysortografie těžké formy s dysgrafickými obtížemi, emoční labilita (deprese).

Výuka osové souměrnosti na prvním stupni

Výuka osové souměrnosti na prvním stupni probíhala v této třídě podobně jako ve třídě 6. A. Učitelky používaly stejné učebnice i pracovní sešity a uvedly, že pro osovou souměrnost nepoužívaly zvláštní pracovní listy. Materiály i výuku spolu pravidelně konzultují.

Stejně tak v pátém ročníku probíhala výuka identicky jako ve třídě 6. A, kdy jsem již třídu na předmět matematika převzala já. Žáci tedy používali stejné pracovní sešity a účastnili se také projektu „Matematika výtvarně“ (viz kapitola 2.2.2 Charakteristika třídy 6. A).

2.2.5 Charakteristika třídy 6. D ze ZŠ Komenského

Ve třídě 6. D se nachází celkem 29 žáků, z toho 17 dívek a 12 chlapců. Třída pokračuje ve stejném složení z prvního stupně, jen byla doplněna o několik vesnických dětí a jednoho žáka z paralelní třídy, který měl problémy s kolektivem. V této třídě sice zapadl, nicméně patří mezi potenciálně rušivé elementy.

Jedná se o třídu, která se vyznačuje relativně dobrým prospěchem. Většina třídy jsou chytří žáci se zájmem o novou látku, kteří rádi chodí k tabuli, hlásí se a aktivně odpovídají na otázky. Jedná se o třídu živou a hodně upovídanou (především děvčata). Problémem je spíše jejich chování – jsou velice živí a je těžké je udržet v klidném pracovním tempu. Často také dochází k situacím, kdy se někteří žáci uráží, když je učitel nevyvolá a poté na veškerou práci rezignují a tato nálada se pak přenáší na větší část třídy.

Naopak ve třídě se nachází několik dívek s velmi dobrým prospěchem, které nejsou zvyklé o problémech přemýšlet a logicky si odvozovat řešení. Tyto dívky jsou nejraději, když dostanou jasný návod, jak postupovat. Pokud učitelka trvá na tom, aby se nad problémy zamyslely, nadužívají frázi „Tomu nerozumím, to nechápu.“ a vzájemně se podporují v nepochopení.

Třída je bez asistenta, ale nachází se zde pár žáků s podpůrnými opatřeními.

Tadeáš má PO 2. stupně. Má diagnostikovanou nedoslýchavost, nosí naslouchátko a má povoleno se otáčet v lavici. Je chytrý, z matematiky má 1 – 2, ale mluví pomaleji. Někdy je třída neklidná, než se Tadeáš vyjádří, ale obecně jsou na to již zvyklí.

Dále tuto třídu navštěvují tři žáci, kteří mají PO 1. stupně. Co se týče známek, jeden je průměrný trojkař, druhý nadaný jedničkář, třetí dvojkař. Fungují bez zvláštních problémů, pouze mají prodloužen potřebný čas na písemné práce.

Ve třídě se nachází žák, který má poměrně velké problémy se soustředěním, se zapisováním zápisů a nestačí mu ani časová dotace na písemné testy. Dle názoru rodičů to vypadá, na vývojovou dysfázii. Avšak vzhledem k tomu, že zatím čeká na vyšetření z pedagogicko-psychologické poradny, nejsou mu doposud poskytovány žádná podpůrná opatření v rámci hodin matematiky.

Níže v tabulce uvádím přehled známek žáků z matematiky na výsledném vysvědčení v jednotlivých ročnících. Pokud je u žáků místo známky uvedena pomlčka, znamená to, že žáci na dané škole nebyli hodnoceni – přišli z vesnických škol či se přestěhovali a jejich známky mi nebyly poskytnuty.

Tabulka 11: Prospěch žáků 6. D ZŠ Komenského v matematice od začátku školní docházky

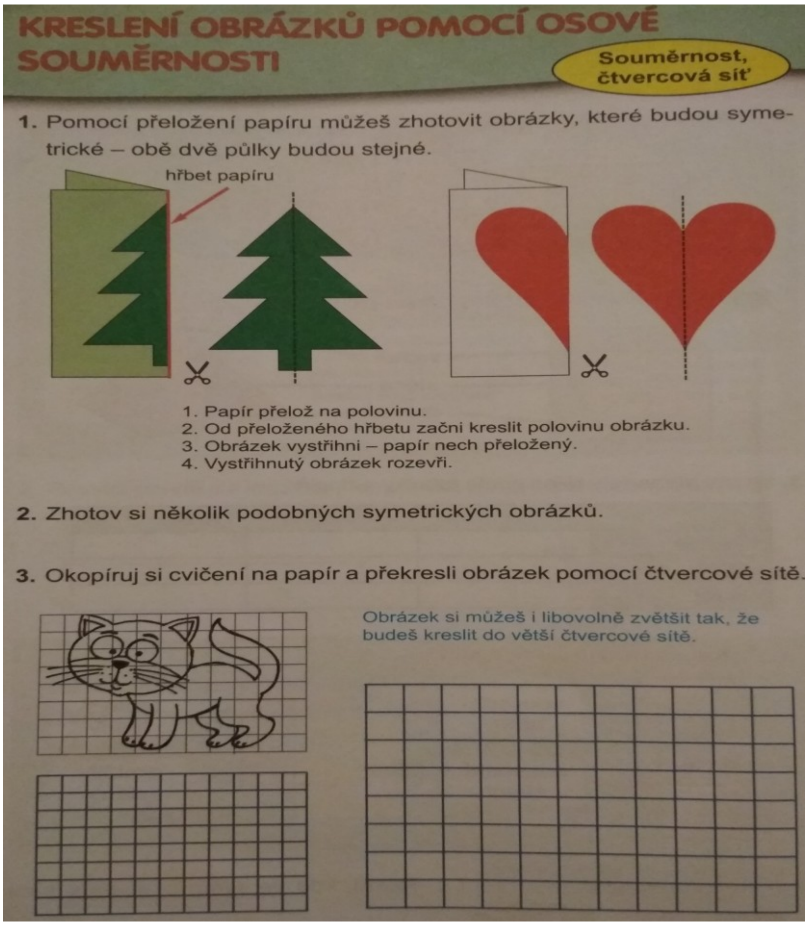
	Ročník				
	1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**
Ester	1	1	2	2	1
Karel	1	1	1	1	1
Chiara	1	1	1	2	1
Vojta D.	1	1	1	1	1
Nikola	1	1	1	1	1
Standa	1	1	1	2	3
Marie	1	1	1	1	1
Stela	1	1	1	2	1
Martin	-	1	2	2	2
Jana	-	1	1	2	2
Terka	1	1	2	2	2
Viktorie	1	1	1	1	1
Tomáš	1	1	1	2	2
Sára	1	1	1	1	1
Tadeáš	1	1	1	1	1
Filip	1	1	1	2	2
Kačka A.	1	1	1	1	1
Kačka C.	1	1	1	2	2
Vojta N.	-	-	-	-	-
Natka	1	1	2	1	1
Amálka	1	1	1	2	2
Bartoloměj	1	1	2	2	2
Milan	-	-	-	-	-
Kristina	1	1	1	1	1
Jan	-	-	-	-	3

Šárka	2	2	3	3	3
Nela	1	1	1	1	2
Jakub	1	1	1	1	1

Výuka osové souměrnosti na prvním stupni

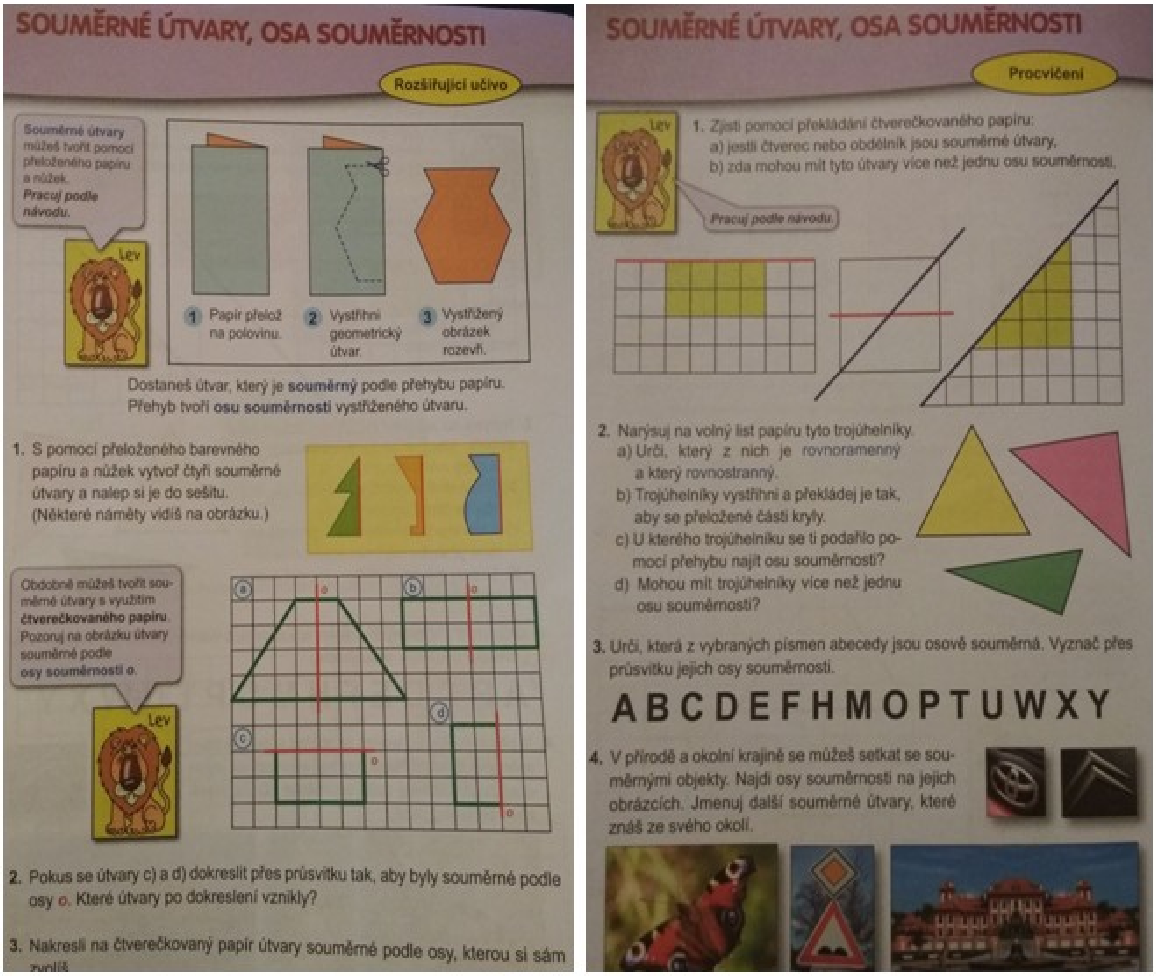
Výuka osové souměrnosti v této třídě probíhala jinak než v předchozích třídách ZŠ Tyršova. Žáci zde pracovali s učebnicemi vydanými nakladatelstvím SPN (z roku 2009) od autorů Eiblové, Melichara a Šestákové. Osová souměrnost je v těchto učebnicích uvedena vždy jen okrajově, s výjimkou učebnice pro pátý ročník.

Mohla jsem nahlédnout do učebnic pro 3. – 5. ročník. V učebnici pro 3. ročník je osové souměrnosti věnována jedna stránka, shodou okolností ta poslední. Obsahuje tři úlohy, které se zaměřují na zhotovení symetrických obrázků přeložením papíru a překreslením obrázku ve čtvercové síti (viz obrázek č. 8).



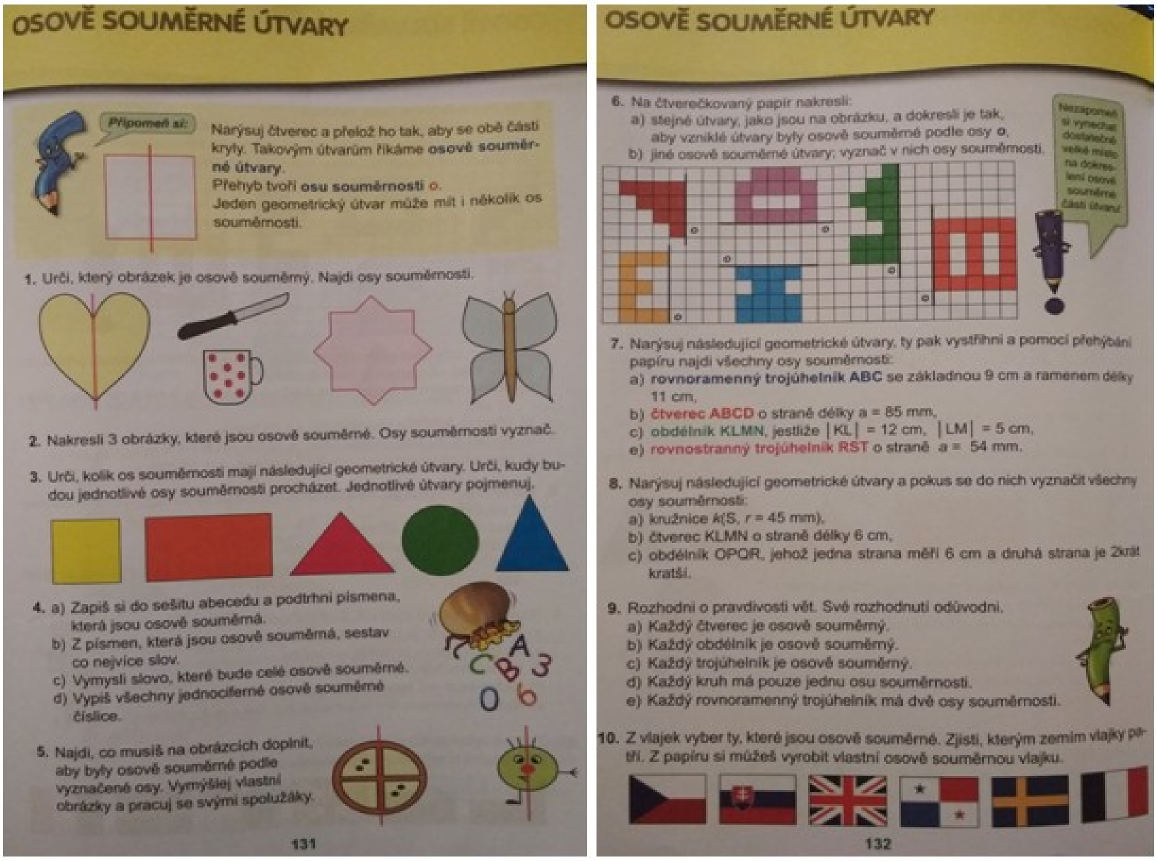
Obrázek 8: Osová souměrnost v učebnici pro 3. ročník nakladatelství SPN

Ve čtvrtém ročníku se žáci v učebnici setkají s osovou souměrností v učebnicích SPN více, a to na dvou stranách. Je zde označena jako „rozšiřující učivo“. Opět je zde žákům připomenuto, jak mohou vytvořit osově souměrný útvar přeložením papíru a nově i jak to lze s využitím papíru čtverečkovaného. Další strana pak žáky vybízí k rozeznání osově souměrných útvarů u rovinných útvarů, písmen české abecedy a dalších obrázků (viz obrázek č. 9).



Obrázek 9: Osová souměrnost v učebnici pro 4. ročník nakladatelství SPN

Učebnice pro pátý ročník obsahuje již více úloh na téma osové souměrnosti. Je to způsobeno i tím, že toto téma je v RVP umístěno právě primárně do pátého ročníku základního vzdělávání. Učebnice nabízí žákům úlohy například na vyhledání útvarů, u kterých mají určit počet os souměrnosti či na doplnění obrazců tak, aby byly osově souměrné. Také jsou zde pro žáky připraveny úlohy, ve kterých mají žáci narýsovat některé rovinné útvary a poté najít jejich osy souměrnosti či cvičení, kde mají žáci rozhodnout o pravdivosti vět týkajících se osové souměrnosti (viz obrázek č. 10).



OSOVĚ SOUMĚRNÉ ÚTVARY

Připomeň si: Narýsuj čtverec a přelož ho tak, aby se obě části kryly. Takovým útvarům říkáme **osově souměrné útvary**. Přehyb tvoří **osu souměrnosti o**. Jeden geometrický útvar může mít i několik os souměrnosti.

1. Urči, který obrázek je osově souměrný. Najdi osy souměrnosti.
2. Nakresli 3 obrázky, které jsou osově souměrné. Osy souměrnosti vyznač.
3. Urči, kolik os souměrnosti mají následující geometrické útvary. Urči, kudy budou jednotlivé osy souměrnosti procházet. Jednotlivé útvary pojmenuj.
4. a) Zapiš si do sešitu abecedu a podtrhni písmena, která jsou osově souměrná.
   b) Z písmen, která jsou osově souměrná, sestav co nejvíce slov.
   c) Vymysli slovo, které bude celé osově souměrné.
   d) Vypiš všechny jednociferné osově souměrné číslice.
5. Najdi, co musíš na obrázcích doplnit, aby byly osově souměrné podle vyznačené osy. Vymýšlej vlastní obrázky a pracuj se svými spolužáky.

131

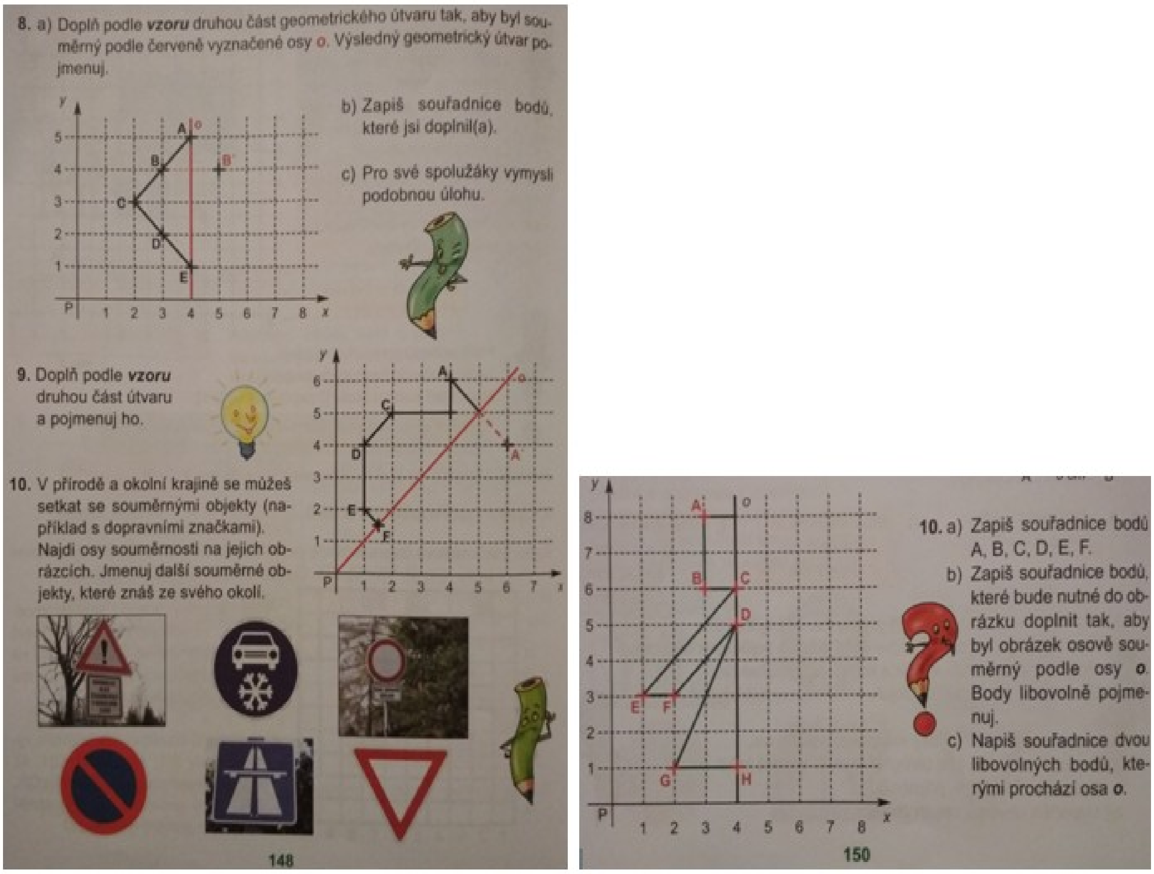
OSOVĚ SOUMĚRNÉ ÚTVARY

6. Na čtverečkovaný papír nakresli:
   a) stejné útvary, jako jsou na obrázku, a dokresli je tak, aby vzniklé útvary byly osově souměrné podle osy o,
   b) jiné osově souměrné útvary; vyznač v nich osy souměrnosti.
7. Narýsuj následující geometrické útvary, ty pak vystřihni a pomocí přehýbání papíru najdi všechny osy souměrnosti:
   a) **rovnoramenný trojúhelník ABC** se základnou 9 cm a ramenem délky 11 cm,
   b) **čtverec ABCD** o straně délky a = 85 mm,
   c) **obdélník KLMN**, jestliže |KL| = 12 cm, |LM| = 5 cm,
   e) **rovnostranný trojúhelník RST** o straně a = 54 mm.
8. Narýsuj následující geometrické útvary a pokus se do nich vyznačit všechny osy souměrnosti:
   a) kružnice k(S, r = 45 mm),
   b) čtverec KLMN o straně délky 6 cm,
   c) obdélník OPQR, jehož jedna strana měří 6 cm a druhá strana je 2krát kratší.
9. Rozhodni o pravdivosti vět. Své rozhodnutí odůvodni.
   a) Každý čtverec je osově souměrný.
   b) Každý obdélník je osově souměrný.
   c) Každý trojúhelník je osově souměrný.
   d) Každý kruh má pouze jednu osu souměrnosti.
   e) Každý rovnoramenný trojúhelník má dvě osy souměrnosti.
10. Z vlajek vyber ty, které jsou osově souměrné. Zjisti, kterým zemím vlajky patří. Z papíru si můžeš vyrobit vlastní osově souměrnou vlajku.

132

Obrázek 10: Osová souměrnost v učebnici pro 5. ročník nakladatelství SPN

Další cvičení jsou zaměřené na čtvercovou síť a její využití pro učivo osové souměrnosti. Učebnice se pak věnuje i objektům v okolní krajině, se kterými se mohou žáci setkat a vybízí je tak k zamyšlení, kde se všude kolem nás osová souměrnost vyskytuje. Také zde můžeme najít úlohu zaměřenou spíše na učivo soustavy souřadnic, která ale zároveň též procvičuje učivo osové souměrnosti (viz obrázek č. 11).



Obrázek 11: Osová souměrnost v učebnici pro 5. ročník nakladatelství SPN

2.2.6 Projekt „Matematika výtvarně“[5]

Jak jsem popisovala výše, někteří žáci se s osovou souměrností setkali již dříve. Třídy 6. A a 6. C pak naposledy v pátém ročníku při mé výuce, kde jsme osovou souměrnost pojali trochu netradičně. Žáci měli možnost si přiblížit toto téma z jiného pohledu – výtvarnou činností. Cílem bylo si lépe osvojit princip osové souměrnosti, samotný pojem osy souměrnosti a její význam.

Úkolem žáků bylo přeložit papír na polovinu a vodovými barvami nakreslit na jednu půlku libovolný obrázek. Poté papír přeložit a přitlačit, aby se barvy obtiskly i na druhou polovinu papíru, a pozorovat vlastnosti nového obrázku. Velmi rychle přišli na to, že je lepší kreslit jen půlku obrázku a sledovat, jak se dotvoří zbytek obrázku. Během dvou vyučovacích hodin vytvořili spoustu zajímavých a kreativních výtvorů a dle mého názoru

[5] Projekt „Matematika výtvarně“ byl realizován ve dvou třídách ZŠ Tyršova – v 6. A a 6. C. V obou třídách probíhal projekt identicky (stejná časová dotace, stejné zadání, apod.).

si utvořili lepší představu o tomto zobrazení. Nutno podotknout, že je hodiny "matematiky" velice bavily a do činnosti se zapojili opravdu všichni žáci, i ti, co nebývají v matematice příliš úspěšní. Pro ilustraci přikládám fotografie žákovských výtvorů (viz obrázky č. 12, 13 a 14)[6].

Obrázek 12: Ukázka žákovských výtvorů z projektu "Matematika výtvarně"

Obrázek 13: Ukázka žákovských výtvorů z projektu "Matematika výtvarně"

[6] Přiložené fotografie vytvořili žáci dvou tříd, jež se projektu zúčastnili – 6. A a 6. C.

Obrázek 14: Ukázka žákovských výtvorů z projektu "Matematika výtvarně"

2.3 Pre-test

Žákům byl zadán před započetím výuky osové souměrnosti pre-test, který měl ověřit jejich dosavadní znalosti na dané téma. Žáci se na test nemohli v žádném případě připravit, jelikož byl test zadán bez ohlášení či předchozího opakování a to bylo pro ověření ukotvení znalostí zásadní. Výuce osové souměrnosti předcházela výuka úhlů a dělitelnosti.

Na pre-test neměli žáci konkrétní časový limit, aby se necítili ve stresu a mohli tak naplno projevit své znalosti – a to i slabší žáci. Někteří dokonce pre-test odevzdávali po deseti minutách, ti nejpomalejší na ním strávili kolem 30 minut.

Během testu se ve dvou třídách objevily otázky týkající se zadání, a to ve třídách 6. A a 6. C ze ZŠ Tyršova. Jedná se o třídy, které učím já, tudíž si dotazování žáků vysvětluji tím, že jde v jejich případě o zvyk. Při testech mají možnost se v případě nepochopení zadání ptát, aby nedošlo k tomu, že budou chybovat díky nedorozumění. Otázky a komentáře žáků jsou zohledněny v analýze jednotlivých úloh pre-testu.

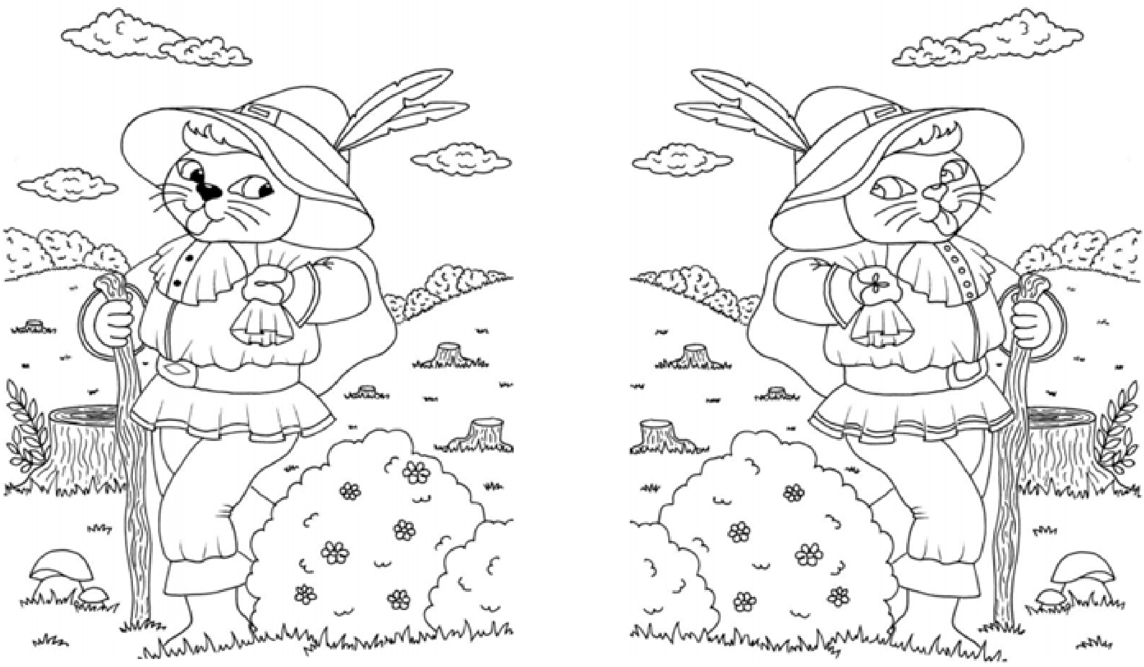
Ve zbývajících dvou třídách žádné otázky k zadání nebyly.

Pre-test byl vyhodnocen z několika hledisek. Porovnávány byly výsledky zkoumaných tříd v jednotlivých úlohách, celková úspěšnost jednotlivých tříd i jednotlivé obtíže žáků v konkrétních úlohách.

2.3.1 Úloha 1 – hledání rozdílů v zrcadlovém hlavolamu

1) Najdi 10 rozdílů – označ je kroužkem do pravého obrázku.

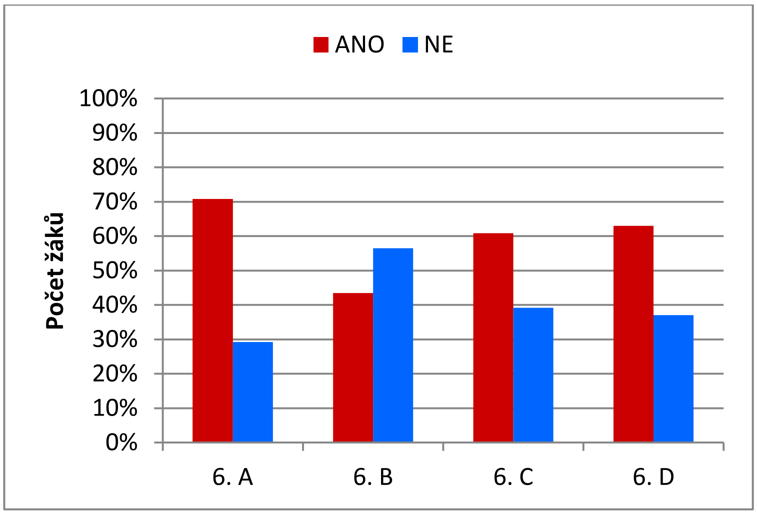
Vyzkoušej si svůj postřeh a zkus mezi obrázky najít 10 rozdílů.



Obrázek 15: Zadání úlohy 1 pre-testu

První úloha byla zařazena do pre-testu z důvodu zaujmutí žáků a především ke zjištění jejich intuitivnímu vnímání osové souměrnosti. Jelikož se jednalo o zrcadlení, se kterým se žáci mohou setkávat i v běžném životě, bylo jim toto zobrazení blízké. Obrázek byl zvolen záměrně z několika důvodů. Prvním z nich byl dětský námět, o kterém jsem doufala, že bude žákům šestých ročníků blízký z důvodu jejich relativně nízkého věku. Dalším důvodem byla rozmanitá obtížnost vyhledávaných rozdílů. Očekávala jsem, že sukýnka, pařez či jazýček budou žákům činit obtíže, zatímco květinu či oči uvidí ihned.

Žáci tedy měli za úkol najít 10 rozdílů mezi obrázky a zakroužkovat je do pravého obrázku. Téměř polovině žáků z každé třídy činilo toto zadání problém a kroužkovali rozdíly, kam je napadlo.

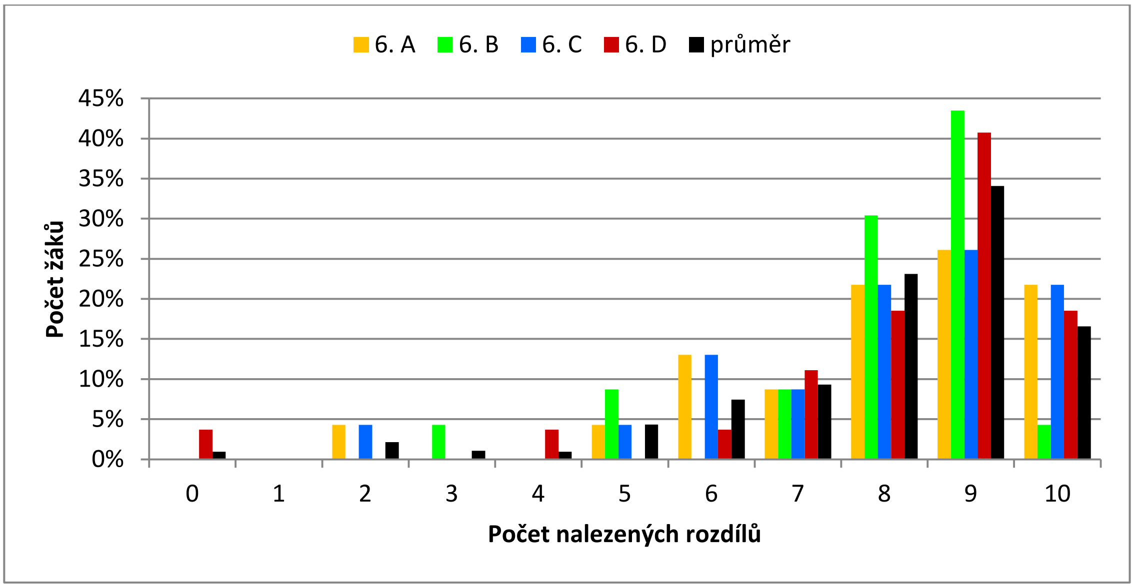


Graf 1: Splnění pokynů v úloze 1 pre-testu

Při zadávání pre-testu se objevily následující otázky:

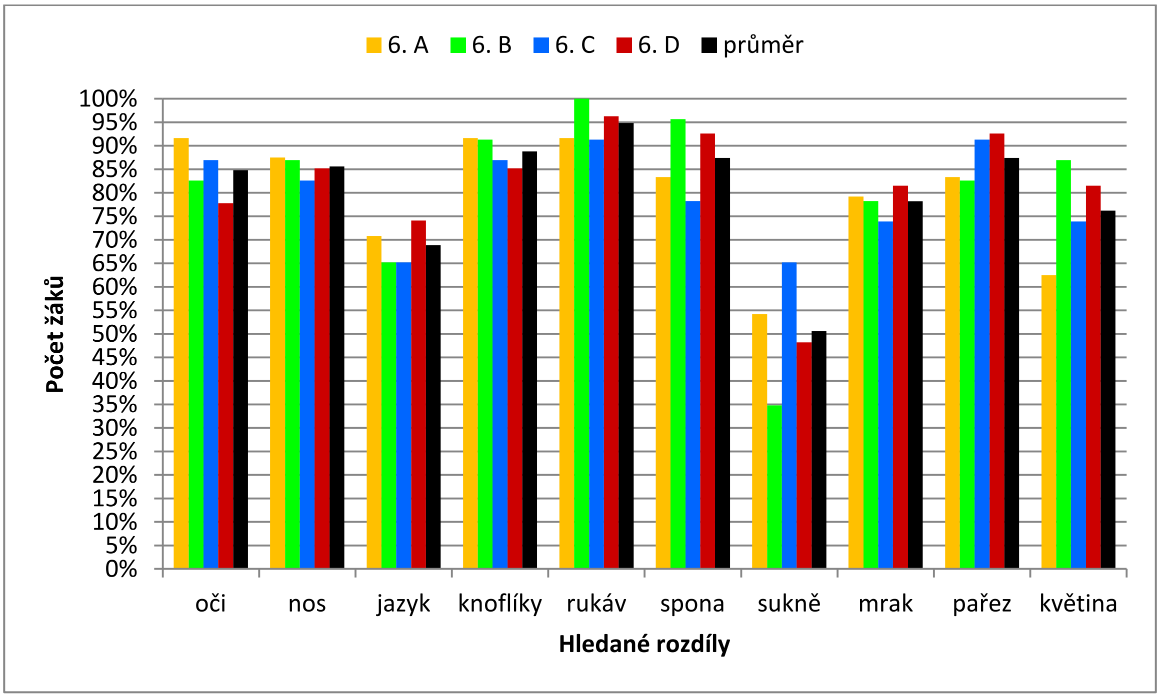
- *„A ta barevnost je rozdíl?"*, *„Počítá se, co je tmavší jako rozdíl?"*, *„Nevím, jestli to barevný platí."* – otázky směřovaly k barevnému rozlišení očí a nosu, což bylo při vyhodnocování považováno za rozdíl. Žákům jsem odvětila, ať se sami rozhodnou, zda to považují za rozdíl.
- *„Když je to zrcadlový, počítá se to jako jeden rozdíl?"* – někteří žáci, kteří očekávali chyták, si mysleli, že se celý obrazec bere jako jeden rozdíl. Dostali stejnou odpověď jako na předešlou otázku.
- *„Já tam našla více rozdílů, než má být."* – tento komentář byl nejspíš zapříčiněn tím, že žákyně brala oči jako dva rozdíly.
- *„Kam to mám kroužkovat – do kterého obrázku?"* – žák si pozorně nepřečetl zadání. Byl na to upozorněn.
- *„Která je pravá?"*

Žáků, kteří našli všechny rozdíly, nebylo mnoho. Úspěšných řešitelů bylo nejvíce v 6. A a 6. C, zatímco v 6. B našel všech 10 rozdílů pouze jeden žák (4,3 %). Velké množství žáků ve všech třídách však našlo 9 rozdílů, avšak ani v jedné třídě tento počet nepřekročil 45 % celkového počtu žáků.



Graf 2: Úspěšnost řešení úlohy 1 pre-testu

Zajímavé bylo sledovat statistiku jednotlivých rozdílů, které žáci v úloze 1 hledali. Předpoklad, že jim bude dělat problémy nalezení rozdílných sukní, se potvrdilo. V 6. B tento rozdíl nalezlo pouze 35 % žáků. Oproti tomu předpokládané problémy s nalezením pařezu či jazyka byly neoprávněné (vždy se jednalo minimálně o 65 % žáků, kteří daný rozdíl našli).

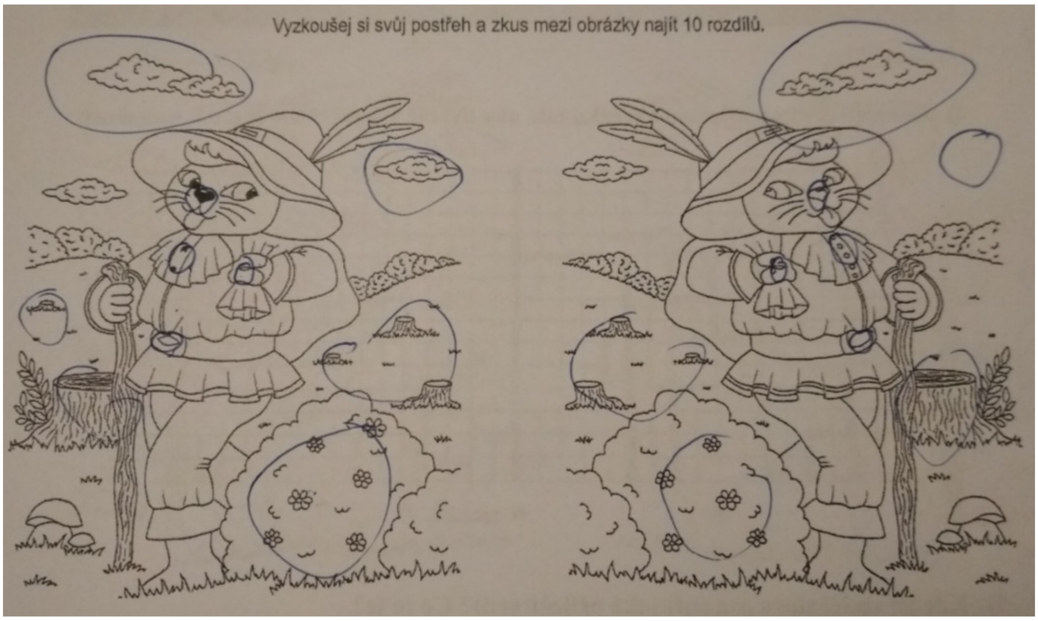


Graf 3: Statistika hledaných rozdílů úlohy 1 pre-testu

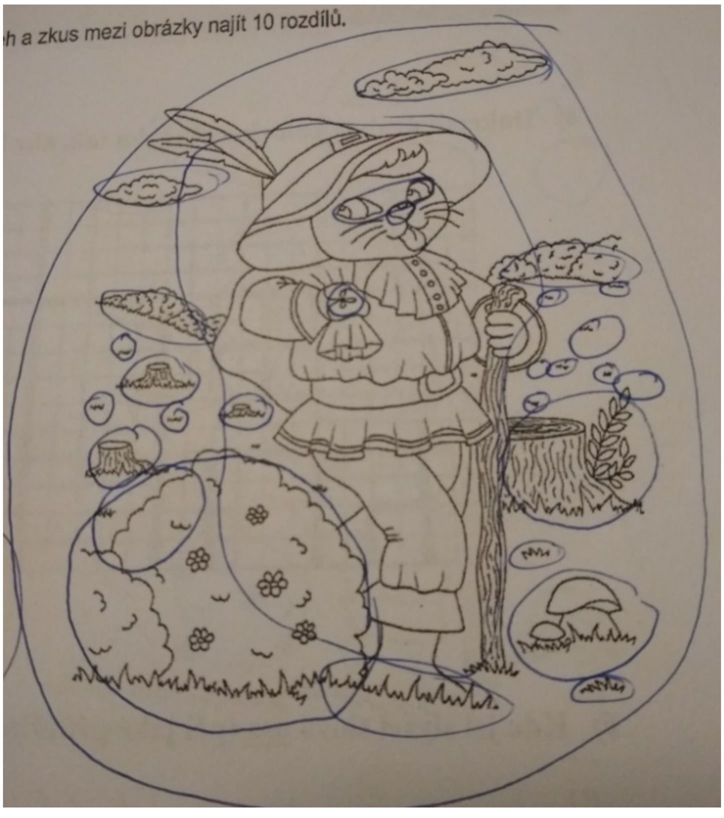
Zvláštní byly některé způsoby řešení, které se v této úloze objevily. V 6. A se našlo celkem 18 žáků (75 %), kteří zakroužkovali každé oko zvlášť a považovali je tak za dva rozdíly. Problémy s kroužkováním každého oka zvlášť se objevily v každé třídě – v 6. B se jednalo 61 % žáků, v 6. C 74 % žáků a v 6. D pouze 56 % žáků. V 6. C se také našel žák, který zakroužkoval celý pravý obrázek a doplnil ho komentářem *„Je to otočené.“*.

Někteří žáci si v pre-testu nebyli jisti rozdílností květin či keřů a zakroužkovali je všechny. Zajímavé také bylo zakroužkování každého lemu u sukně (5,2 % všech žáků), zakroužkovaný nos s očima dohromady považovaný za jeden rozdíl (3,1 % žáků) či zakroužkovaný celý pravý obrázek (8,6 % žáků).

Obrázek 16: Ukázka chybného řešení žáka - zakroužkované lístky



Obrázek 17: Ukázka chybného řešení žáka - zakroužkované téměř vše



Obrázek 18: Ukázka chybného řešení žáka - zakroužkované téměř vše

Obrázek 19: Ukázka chybného řešení žáka - oči brané jako dva rozdíly, komentář žáka

2.3.2 Úloha 2 – hledání zajímavých znaků na obrázcích

2) Co vidíš na těchto obrázcích zajímavého?

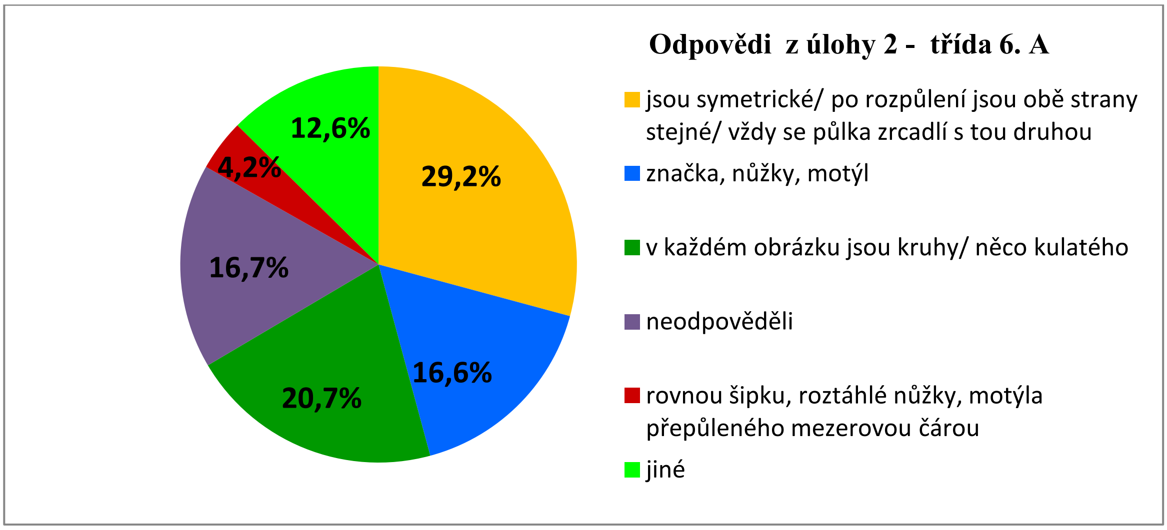
Obrázek 20: Zadání úlohy 2 pre-testu

Tato úloha byla zařazena do pre-testu z důvodu otestování žáků, zda intuitivně vnímají osovou souměrnost i přesto, že ji zatím podrobněji neznají. Žáci měli za úkol popsat zadané obrázky (dopravní značku jednosměrné jízdy, rozevřené nůžky a barevného motýla) dle svého uvážení. Záměrně byla použita formulace „Co vidíš na těchto obrázcích zajímavého?“, která ponechávala žákům volnost ve vyjádření a nenaváděla je k žádné konkrétní odpovědi. Při zadání pre-testu se u této úlohy neobjevily ze strany žáků žádné otázky.

Očekávala jsem, že nejméně polovina žáků z každé třídy si všimne prvku osové souměrnosti – tedy toho, že když obrázky správě přeložíme napůl, budou obě poloviny stejné.

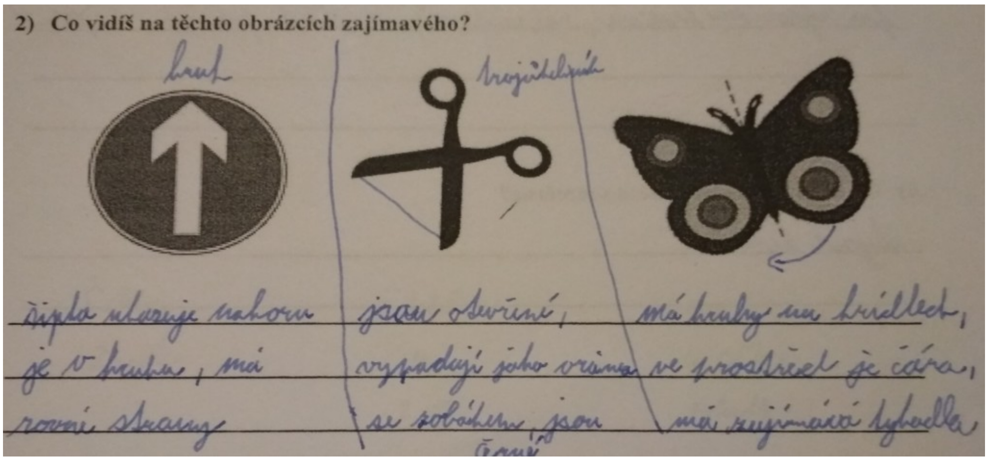
Pro přehlednost byly odpovědi žáků v každé třídě shrnuty do několika kategorií. Odpovědi, které nebylo možné zařadit do žádné skupiny, jsou uvedeny samostatně v kategorii „jiné“.

V 6. A si znaku symetrie všimlo necelých 30 % žáků, což je dle mého názoru málo na to, jak brzy se žáci se symetrií setkávají. Mezi zajímavými odpověďmi z této kategorie byla například: *„Když dám doprostřed zrcátko, bude to jako originál.“* Překvapivý byl také společný znak všech obrázků, kterého jsem si při sestavování pre-testu nevšimla – každý obrazec obsahoval prvek kruhu. Dopravní značka je sama o sobě kulatá, nůžky mají kulatou rukojeť a motýl byl ozdoben kulatými očky. Společného prvku kruhu si v této třídě všimlo celkem 20,7 % žáků.



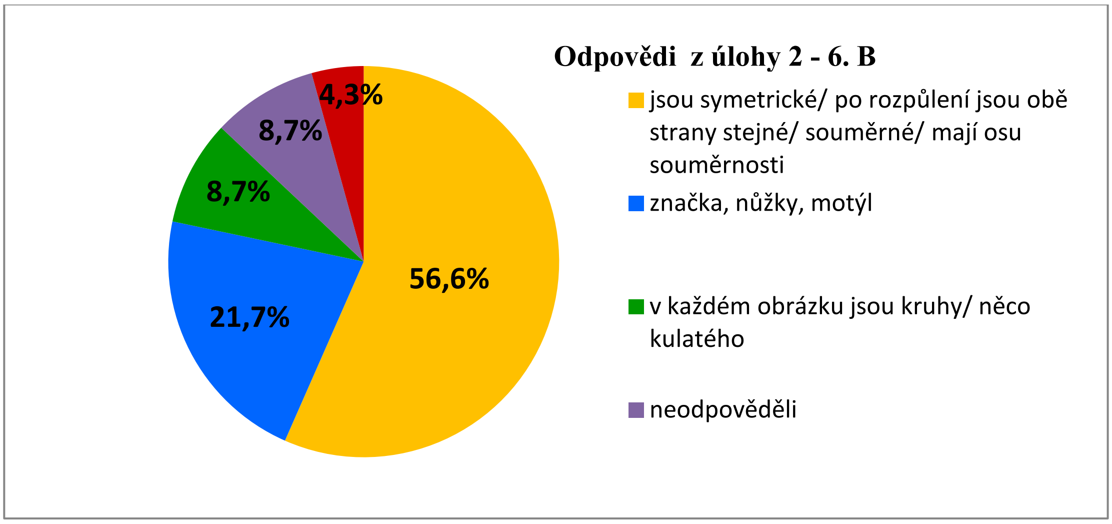
Graf 4: Úspěšnost řešení úlohy 2 pre-testu žáků 6. A

Dále uvádím dvě odpovědi žáků zařazené do kategorie „jiné“, které jsou zajímavé z pohledu praktického zaměření žáků. Odpověď jedné žákyně *„Značka se používá hlavně v dopravě (určuje směr), nůžky stříhají např. papír (jsou z různého materiálu), motýlů je spousta druhů, jsou to živé organismy.“* jen dokazuje, že obrázky popisuje z hlediska zkušenosti, kterou s nimi má v reálném životě. Její spolužačka měla pohled na věc podobný, avšak ještě zadané obrázky doplnila, aby své tvrzení lépe vysvětlila (viz obrázek č. 21).



Obrázek 21: Řešení úlohy 2 pre-testu žákyně 6. A

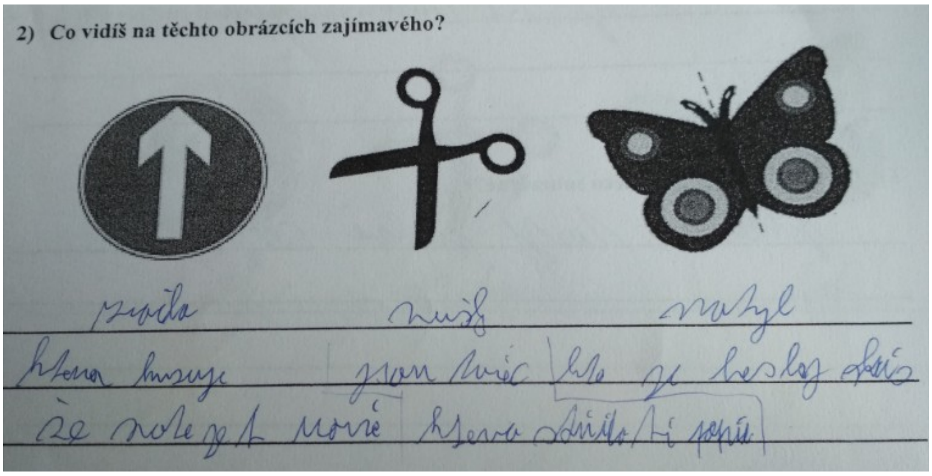
Ve třídě 6. B se objevilo více komentářů, ze kterých bylo vidět, že se již žáci s osovou souměrností setkali více než jejich vrstevníci v paralelních třídách. Celkem 56,6 % žáků v pre-testu komentovalo úlohu slovy, že „*obrázky jsou symetrické*“, nebo *„že když je podle konkrétní osy vystřihneme, rozdělí se nám obrázek na dvě stejné poloviny“* či další nápadité komentáře. Jedna žákyně dokonce reagovala na zadání úlohy větou: *„Všechny obrázky jsou zrcadlově, takže to znamená, že v půlce je zrcadlo, přes které vidím celý obrázek.“*.



Graf 5: Úspěšnost řešení úlohy 2 pre-testu žáků 6. B

Z této skupiny žáků dokonce 34,9 % použilo formulace typu *„obrázky jsou souměrné“*, *„mají osu souměrnosti“* či *„jsou osově souměrné“*. Tyto formulace odpovědí žáků si zdůvodňuji tím, že jsou k tomu vedeni vyučujícím matematiky a tudíž jsou na tento způsob vyjadřování zvyklí.

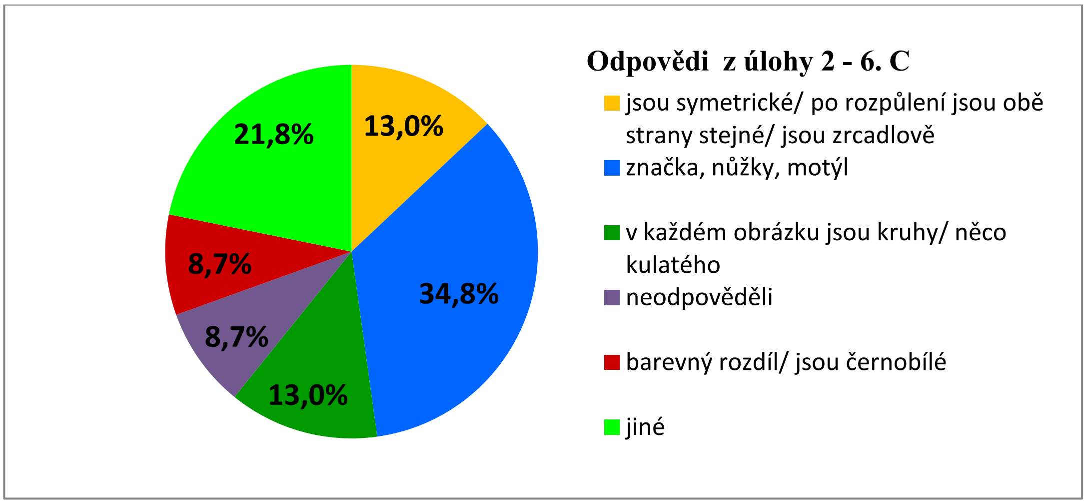
Velká část třídy (21,7 %) v obrázcích viděla pouze zadané tvary (viz obrázek č. 22).



Obrázek 22: Řešení úlohy 2 pre-testu žáka 6. B

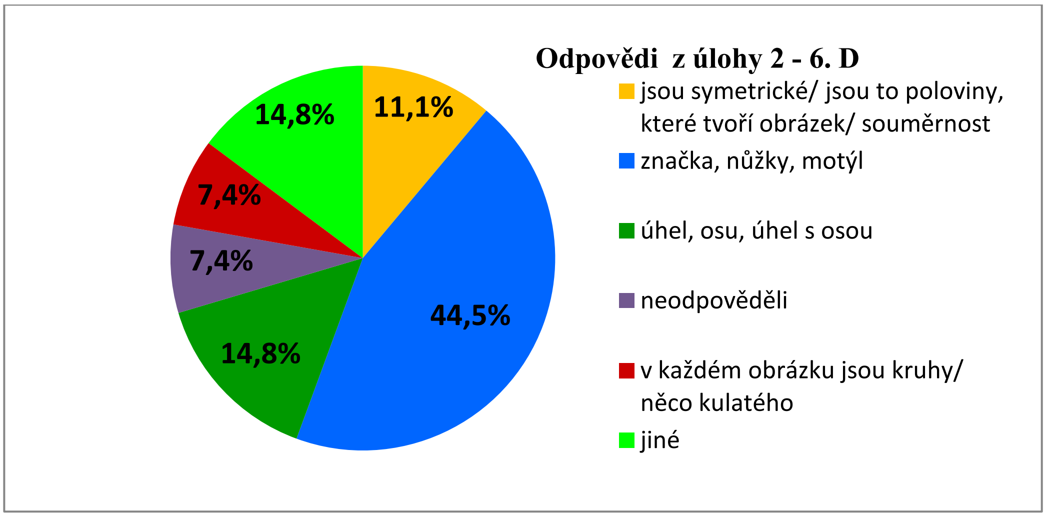
Třída 6. C nahlížela oproti předchozí třídě na zadané obrázky zcela jiným pohledem. Více jak třetina žáků (34,8 %) neviděla v obrázcích žádný zajímavý prvek, pouze obrázek popsala stylem: *„dopravní značka, nůžky, motýl“*. I to však je pozitivní, neboť je vidět, že žáci vyhledávají v úlohách něco, co je jim blízkého v reálném životě (například právě pojem „dopravní značení“). I přesto se ve třídě našlo 13 % žáků, kteří si prvku symetrie všimli. Jednou z této skupiny byla žákyně, která symetričnost obrázku popsala slovy: *„Toho motýla se kreslila jenom půlka a pak se rozložil a je celej*.“. Nevšimla si však symetrie u dalších dvou obrázků.

Mezi odpověďmi v kategorii „jiné“ se u žáků 6. C objevily formulace typu *„tvary nejsou geometrické“*, *„jednosměrka – tam se může jet jen jednou stranou, s nůžkami se dá stříhat, motýl je barevný“* či velice zajímavá odpověď “je to postup“. Žákyni napadlo to, co mě, ani žádného další žáka ne. Okomentovala svůj myšlenkový postup následovně: *„No prostě to je pro Vás návod. Tady šipka ukazuje, že mám stříhat nahoru, nůžkami stříhám a stříhám právě toho motýla. Takže mám rovně rozstřihnout motýla. Chápete?“* Byla natolik přesvědčená o správnosti svého tvrzení, že po zbytek vyučovací hodiny matematiky kreslila do sešitu různé druhy motýlů a na otázku spolužačky, zda si všimla toho, že všechny obrázky byly kulaté, odpověděla *„To stejně není důležitý.“*.



Graf 6: Úspěšnost řešení úlohy 2 pre-testu žáků 6. C

V poslední třídě, 6. D, jsem už neočekávala příliš rozdílné odpovědi oproti předchozím třídám, avšak žáci opět překvapili. Téměř polovina žáků (44,5 %) neviděla v úloze nic zajímavého, ale ukázala se jejich představivost a návaznost na zkušenosti z praktického života. Dvě žákyně z této kategorie nezávisle na sobě odpověděly, že místo nůžek vidí *„starého dědečka s brýlemi a knírem/ pána s knírem“* a *„psychologické skvrny“*. Druhá odpověď mohla být zapříčiněna šetřením, které ve třídě probíhalo předchozí den (návštěvou školní psycholožky).

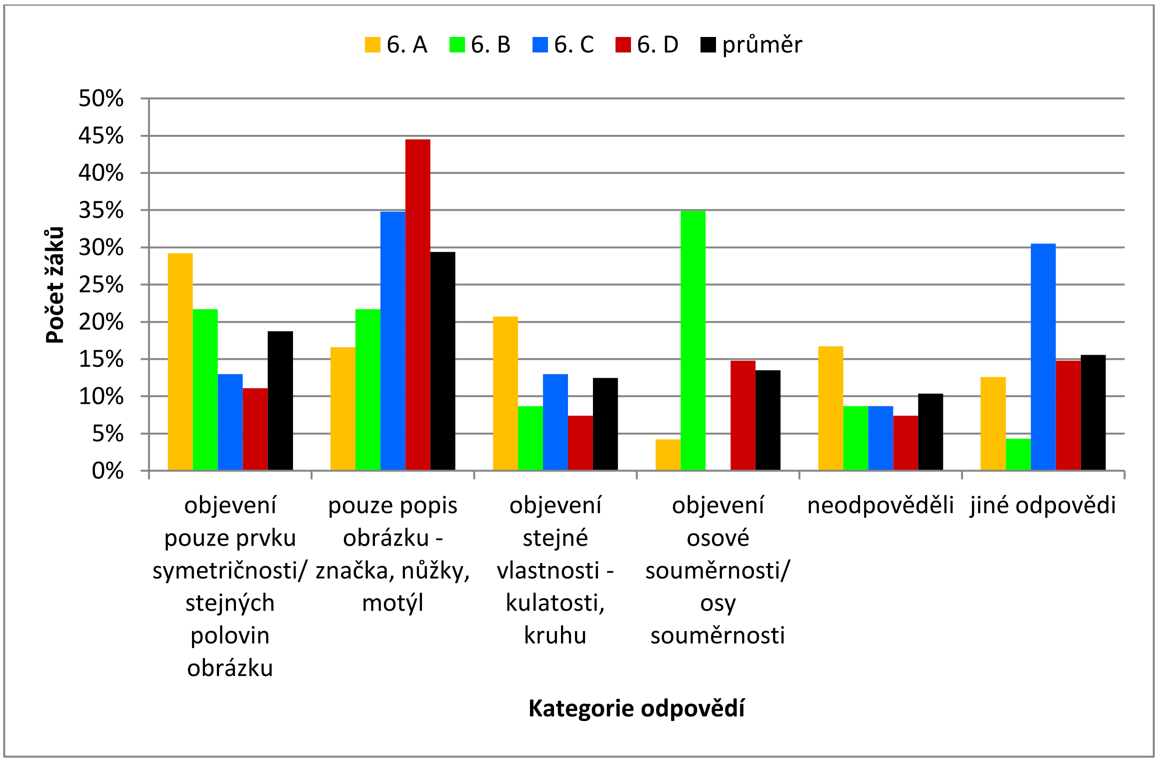


Graf 7: Úspěšnost řešení úlohy 2 pre-testu žáků 6. D

Dalších 14,8 % žáků si znaků symetrie přeci jen všimlo.

U kategorie „jiné“ se našly odpovědi, které byly ještě více atypické oproti předchozím třem třídám – žáci viděli v obrázcích meč, brýle, nůžky s pravým úhlem, brouka a jiné.

Z celkových odpovědí žáků všech tříd je možné vidět rozdílnost jejich myšlení a zkušeností s výukou osové souměrnosti, respektive s tímto tématem vůbec. Bylo proto zajímavé porovnat kategorie odpovědí, které se objevily v jednotlivých třídách mezi sebou navzájem. Zachovány byly kategorie odpovědí zastoupené v každé třídě – tedy znaky symetričnosti (možnost rozdělení obrázku na dvě stejné poloviny), pouhý popis obrázků, objevení společného znaku – kulatého prvku ve všech obrázcích, objevení přímo osové souměrnosti či alespoň osy souměrnosti a kategorie, kdy žáci na zadanou úlohu neodpověděli. Samozřejmostí bylo zachování kategorie jiných odpovědí, kde byla z důvodu přesnosti sloučena kategorie „barevných rozdílů“ s kategorií „jiné“ u třídy 6. C.



Graf 8: Statistika odpovědí všech tříd v úloze 2 v pre-testu

Z grafu č. 8 můžeme pozorovat, že ze všech testovaných tříd výrazně vyniká třída 6. B, která již ale má s osovou souměrností jisté zkušenosti. Ostatní třídy ale nejsou vůči tomuto tématu imunní, což dokazují jejich výsledky v kategorii objevování symetričnosti.

Neočekávanou společnou vlastností všech obrazců bylo objevení prvku kruhu ve všech obrazcích, kterého si všimlo nejvíce žáků v 6. A (přes 20,7 %).

2.3.3 Úloha 3 – dokreslování druhé poloviny obrázku

Obrázek 23: Zadání úlohy 3 pre-testu

Další úloha v pre-testu je žákům známá již na 1. stupni základní školy. Jedná se o dokreslování druhé poloviny obrázku podle vyznačené přímky (to, že přímka je ve skutečnosti osou souměrnosti, žáci zatím netuší). Obrázky byly vybrány a nakresleny ručně tak, aby se zajistilo, že s nimi žáci nebudou mít konkrétní zkušenosti. Zároveň byly úlohy sestaveny jako gradované.

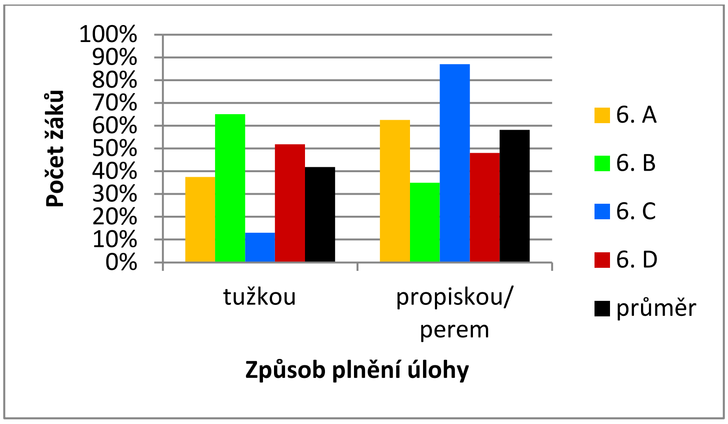
V zadání úlohy byla záměrně použita formulace „Dokresli druhou polovinu obrázku.“, která ponechávala žákům opět volnost při vypracování úlohy. Není zde zmínka o tom, že by obrázky měly být osově souměrné. Cílem této úlohy bylo zjistit, zda žáci zakreslí dané obrázky jako dokonale symetrické či nikoliv. Zda tedy například u obrázku s domečkem budou zakresleny dva komíny, dvě vrány aj. či se budou přiklánět k intuitivnímu vnímání obrázků v běžném životě (například k tomu, že domy mají obvykle komín pouze jeden).

Očekávala jsem, že s obrázkem berušky nebudou mít žáci větší problémy, jelikož se s tímto obrázkem setkávají již v brzkém věku. U obrázku listu jsem očekávala problémy žáků při vykreslování žilek a u obrázku domu jsem byla připravena na velké množství rozdílného řešení.

Při zadávání pre-testu měl k této úloze dotaz pouze jeden žák z 6. C. Na jeho otázku „Má to být úplně stejné? Jakože aby měl dva komíny?“ jsem mu odvětila stejně, jako v úloze č. 1 – aby zkusil podle svého mínění co nejlépe splnit zadání úlohy.

Výsledky žáků u této úlohy byly zpracovávány z několika hledisek.

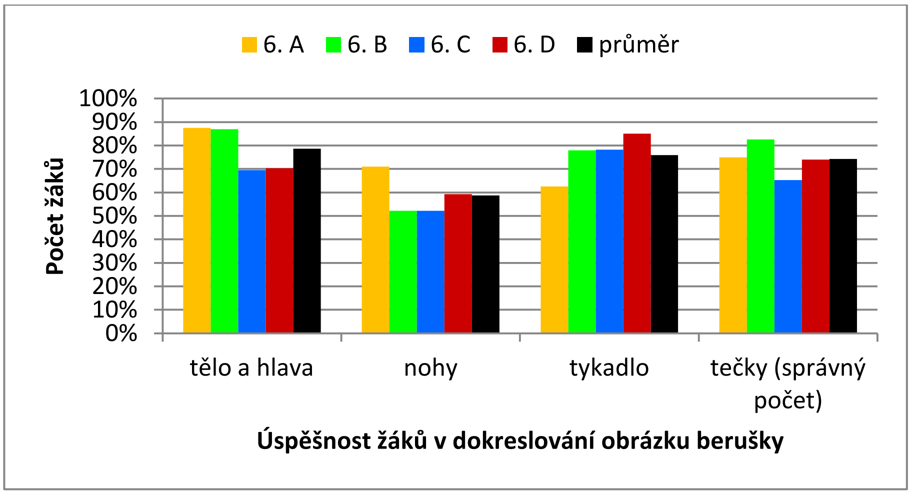
Prvním sledovaným kritériem byl způsob dokreslování. V grafu č. 9 můžeme vidět, že ve třídě 6. B dokreslovalo 65 % žáků obrázek tužkou, v ostatních třídách tomu však bylo naopak. Žáci 6. A a 6. C, které učím, jsou vedeni k tomu, aby na veškeré geometrické úlohy používali obyčejnou tužku, nikoli propisku. I přesto v pre-testu postupovali jinak.



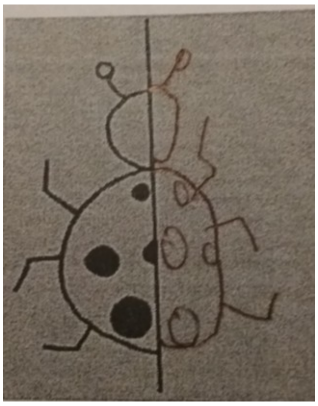
Graf 9: Statistika způsobu plnění zadání úlohy 3 v pre-testu

Dalším a důležitějším kritériem bylo samotné hodnocení jednotlivých obrázků. U každého bylo zjišťováno, zda a jak žáci nakreslili jednotlivé části.

Obrázek berušky jakožto osově souměrného obrazce (i přesto, že se to v zadání úlohy nepožadovalo) dokreslilo nejvíce žáků z 6. A a 6. B. V dokreslení tykadla se dařilo žákům z 6. B (celkem 85 % žáků zakreslilo druhé tykadlo). Naopak jednotlivých nezakreslených částí berušky se našlo u žáků třídy 6. C (chybějící nohy, tečky, či celé tělo berušky).

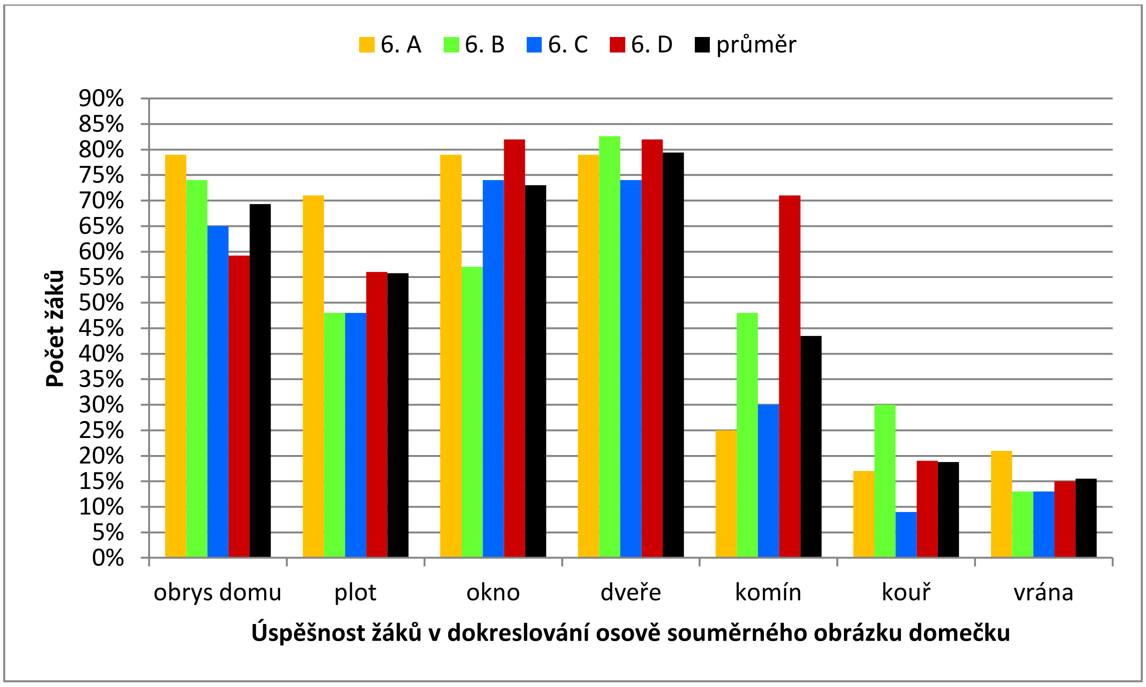


Graf 10: Úspěšnost žáků ve splnění části úlohy 3 v pre-testu (obrázek berušky)



Obrázek 24: Chybné řešení úlohy 3 pre-testu žáka 6. C (nesprávný počet teček)

Obrázek 25: Chybné řešení úlohy 3 pre-testu žáka 6. C (chybějící nohy a tečky)

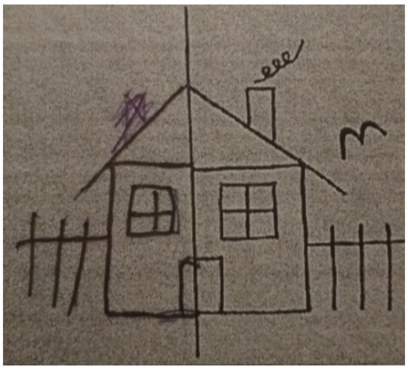


Graf 11: Řešení žáků v části úlohy 3 v pre-testu (obrázek domečku)

U druhého obrázku úlohy 3 je možností správného řešení několik. Jelikož nebylo v zadání řečeno, že má být domeček osově souměrný a je logické, že je pro některé žáky správnější dokreslení podle reality, nelze zcela stanovit, co zde můžeme za správné řešení považovat. Proto jsem se rozhodla řešení posuzovat ze dvou úhlů pohledu.

Prvním možností je za správné řešení považovat dokreslení obrázku dle osové souměrnosti i přesto, že to v zadání úlohy nepožadujeme. V takovém případě se tedy jedná o to, aby domeček měl dva komíny, dvě létající vrány okolo a druhou část dveří.

I přesto, že dům s dvěma komíny není běžnou záležitostí v reálném životě, dokreslilo jej tak 71 % žáků třídy 6. D. U některých žáků byl znát vnitřní rozpor mezi znalostmi týkající se osové souměrnosti a zkušenostmi z reality. Jeden žák například komín zakreslil správně, ale pak své rozhodnutí změnil a škrtl ho (viz obrázek č. 26). S komínem související kouř však dokreslilo jakou osově souměrný pouze 19 % žáků celé třídy.



Obrázek 26: Ukázka řešení úlohy 3 pre-testu žáka 6. A (škrtnutý komín)

Naopak třída 6. A, jejíž žáci dokreslovali obrázek berušky jako osově souměrný, nepojala dokreslování domečku a jeho okolí ve stejném duchu. Jako osově souměrný zakreslili především obrys domu, okno a plot. Pouze 25 % všech žáků této třídy zakreslilo druhý (osově souměrný) komín, 17 % žáků pak zakreslilo osově souměrný kouř vycházející z komína.

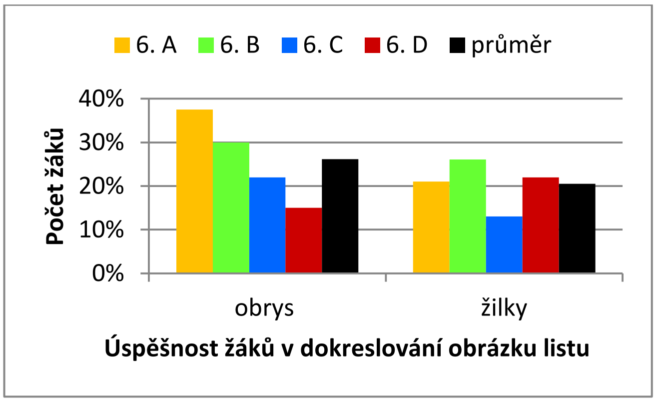
Mé očekávání, že žáci nezakreslí druhou vránu, jež by s první zadanou byla osově souměrná, se potvrdilo u žáků všech tříd. Ani v jedné třídě se nepovedlo alespoň čtvrtině žáků dokreslit vránu na pozici, kde by byla osově souměrná s původní vránou dle vyznačené „osy“. Nejčastěji zakreslená souměrná vrána byla vidět v pracích žáků třídy 6. A (celkem 21 % kreseb).

Jako zajímavost také uvádím žáka, který téměř správně zakreslil okno v domečku, avšak v něm již nevyznačil vodorovné rozdělení okna (viz obrázek č. 27).

Druhou možností jak hodnotit tuto část úlohy 3 pre-testu je dokreslení obrázku podle reality. V takovém případě je vhodným řešením domeček s jedním komínem, libovolným počtem vran a případně jednou, již zakreslenou, částí dveří. Nutné je pouze dokreslit obrys domu, plot a případně i druhé okno. Tyto tři části nejčastěji dokreslila třída 6. A, jak můžeme opět vidět z grafu č. 11.

Obrázek 27: Ukázka řešení úlohy 3 pre-testu žáka 6. A (nedokončené okno)

Poslední obrázek, který měli žáci co nejlépe dokreslit, byl javorový list. Ze všech tří obrázků úlohy č. 3 žáci nejčastěji nepřesně dokreslovali právě zde (viz graf č. 12). List dokreslila nejpřesněji třída 6. A (38 %), naopak nejhorší výkon podala třída 6. D.



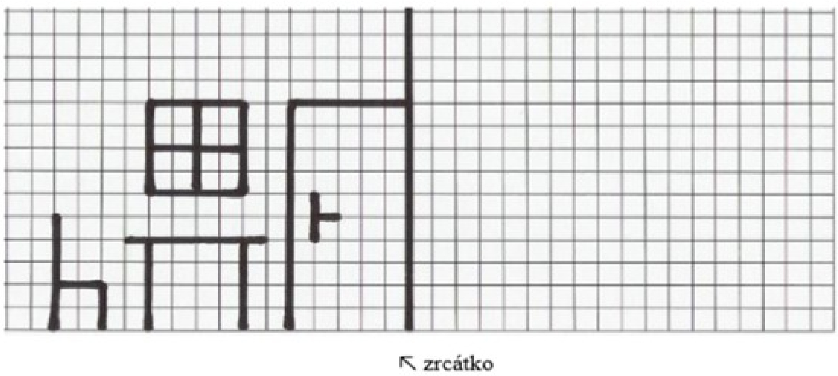
Graf 12: Úspěšnost žáků ve splnění části úlohy 3 v pre-testu (obrázek javorového listu)

Malé procento úspěšnosti přesného dokreslování listu mohla zapříčinit únava žáků, kdy žáci dokreslovali již třetí obrázek v pořadí a jejich pozornost tak mohla výrazně klesnout. Druhým možným důvodem nepřesného dokreslení listů mohla být vyšší obtížnost obrázku, která však byla záměrná, aby prověřila intuitivní pochopení osové souměrnosti. Některé výsledky žáků dokonce neměly s podobou listu příliš mnoho společného (viz obrázek č. 28).

Obrázek 28: Chybné řešení úlohy 3 pre-testu žáka 6. B (špatná podoba listu)

2.3.4 Úloha 4 – dokreslování druhé poloviny obrázku ve čtverečkované síti

4) Dokresli druhou polovinu obrázku tak, aby byl dle vyznačeného zrcátka souměrný.



Obrázek 29: Zadání úlohy 4 pre-testu

Tato úloha byla zařazena v návaznosti na předchozí úlohu. Předpokládala jsem, že pokud zařadím úlohu ve čtverečkované síti, bude pro žáky lehčí orientovat se v dokreslování, alespoň co se týče přesnosti. I přesto jsem však od žáků očekávala problémy při zakreslení kliky u dveří.

V úloze bylo záměrně použito zrcátko pro spojení úlohy se zkušenostmi žáků ze života, a také aby nedošlo k nepochopení zadání (např. že žáci pouze obrázek překreslí do druhé části v podobě, v jaké byl zadán). Také jsem v pravé polovině obrázku, kam žáci dokreslovali řešení, umístila o jeden sloupec čtverečků více. Důvodem bylo, aby žáci ukázali porozumění i přesto, že jim řešení na první pohled nedávalo smysl (tedy že židlička stojí dvě řady sloupců od kraje obrázku).

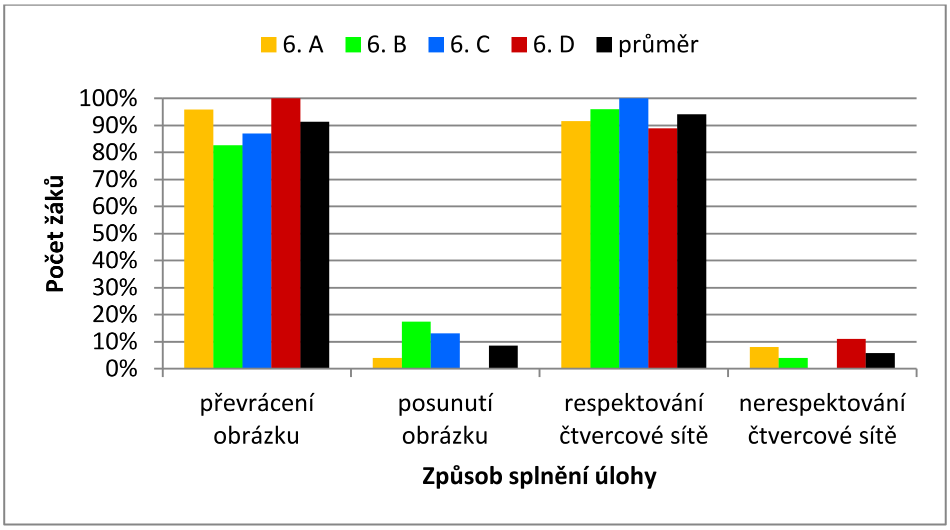
Během vyplňování pre-testu padlo několik otázek:

- *„Co znamená to souměrný?"* – Tato otázka padla od dvou různých dětí ve dvou různých třídách (6. A a 6. C). Žákům jsem odpověděla, ať si zkusí sami co nejlépe vysvětlit zadání bez mé pomoci.
- *„Tady to má být zrcadlově u tý čtyřky?"* – Žák se ujišťoval, zda zadání pochopil správně. Bylo mu doporučeno, ať si znovu přečte pečlivě zadání.
- *„Zrcadlo – to mám nakreslit jako zrcadlo?"* – Tato otázka si šla vyložit dvěma způsoby. Žákyně buď chtěla nakreslit samotný obrázek zrcadla, nebo to myslela tak, že má nakreslit obrázek jako odraz v zrcadle (jak bylo původně myšleno).
- *„Tady musí být o 1 sloupec víc, mě to jinak nedochází..."* – Jen jedna žákyně (6. A) ze všech tříd narazila na problém s počtem sloupečků v druhé polovině obrázku, kde se dokreslovalo. Odvětila jsem ji, ať zkusí co nejlépe obrázek zakreslit a uvidí se. I přesto mi tato žákyně při odevzdávání poznamenala: „Paní učitelko, to byl chyták, už jsem na to přišla. Že to mám dobře?". Ujistila jsem ji, že ano a žákyně odcházela s obrovským nadšením.[7]
- *„Má to správné řešení ten test*?" – Otázka, která mne velice pobavila. Žákyně, která ji položila, je velice ambiciózní, se ujišťovala, že bude mít vše správně a že tedy bude velmi záležet na tom, jaký výkon podá. Několikrát jsem při zadání pre-testu žáky ujišťovala, že hodnotit budu pouze povedené úlohy, ale že se nejedná o test, který se bude známkovat. Cílem bylo žáky více motivovat k plnění úloh. Tato žákyně však i přesto chtěla mít všechno správně a získat tak další pozitivní hodnocení do daného předmětu.

Úloha byla (stejně jako předchozí) zanalyzována z několika pohledů.

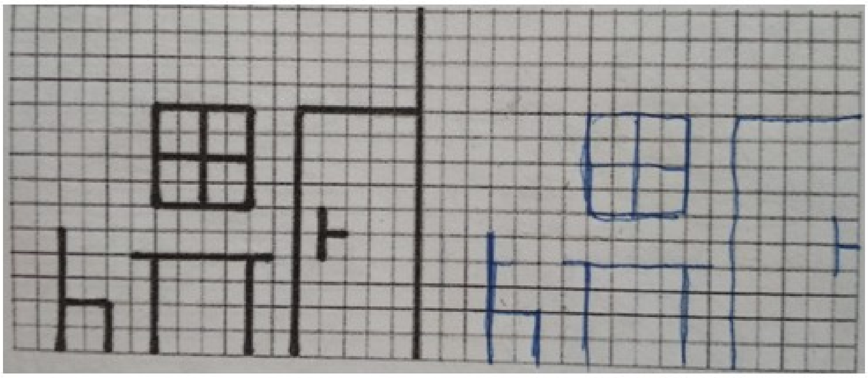
Prvním z nich byla forma žákovských řešení. Zajímalo mne, zda žáci respektovali či nerespektovali čtvercovou síť, ve které byl celý obrázek situován a zda došlo k nějakým výrazným chybám při převracení obrázku dle zadaného zrcátka (viz graf č. 13).

[7] Jedná se o žákyně s průměrnými známkami z matematiky (na vysvědčení v prvním pololetí 6. ročníku měla z matematiky dvojku, nyní ve 3. čtvrtletí 6. ročníku má průměr 2,47). Není tedy příliš zvyklá zažívat v matematice velký úspěch.



Graf 13: Statistika způsobu plnění zadání úlohy 4 v pre-testu

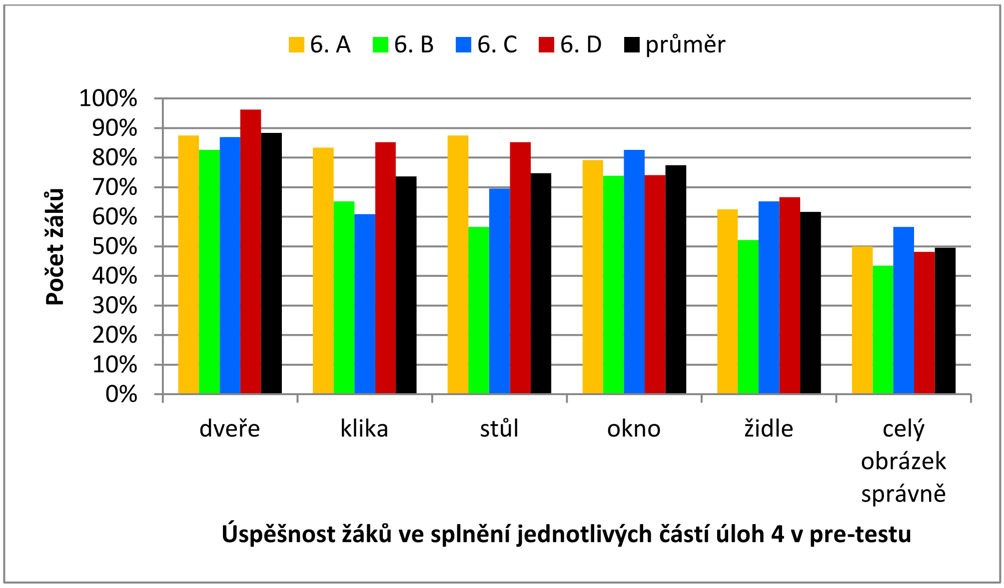
V každé třídě s výjimkou 6. D se našlo pár žáků, kteří obrázek nepřevrátili, pouze ho překreslili jako posunutý. Často také docházelo k tomu, že žáci, kteří obrázek pouze posunuli, jej nezakreslili ani tak správně – např. nedodrželi vzdálenosti a umístění jednotlivých komponentů (viz obrázek č. 30). Nejvíce takových řešení bylo ve třídě 6. B (17 % žáků). Pravděpodobně k této chybě docházelo v důsledku nepochopení zadání několika slabšími žáky.



Obrázek 30: Chybné řešení úlohy 4 pre-testu žáka 6. D (posunutý obrázek, špatně zakreslená klika)

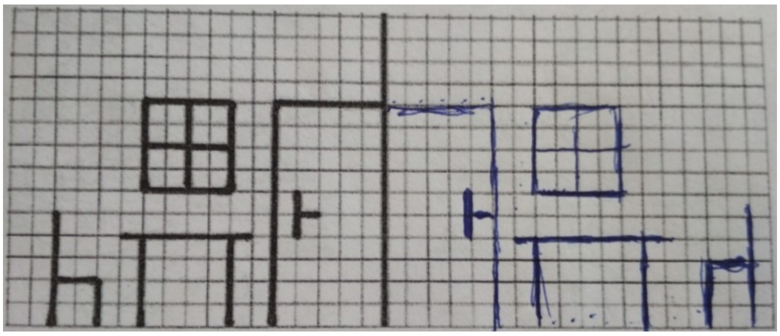
Naproti bezchybnému výkonu v 6. D se však v této třídě objevilo nejvíce žáků, kteří nerespektovali čtvercovou síť (11 %). I tak se však jedná o nepatrnou část žáků.

V dalším grafu (graf č. 14) můžeme pozorovat jednotlivé komponenty obrázku a jejich splnění žáky v jednotlivých třídách.

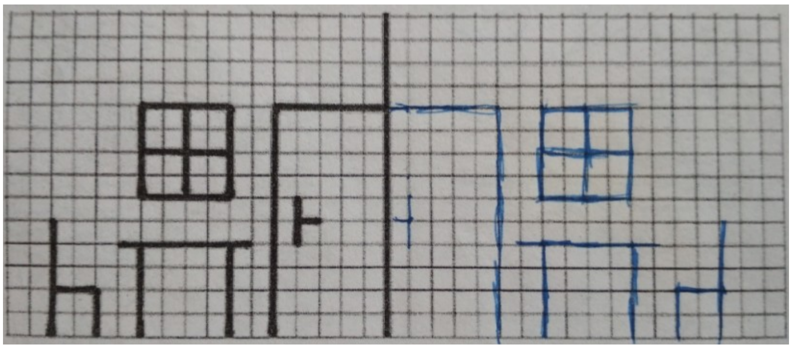


Graf 14: Úspěšnost žáků ve splnění části úlohy 4 v pre-testu (jednotlivé komponenty)

Nadprůměrné výsledky podala třída 6. C, kde celkem 57 % žáků dokreslilo správně všechny potřebné části obrázku. Předpokládané problémy se zakreslením kliky se potvrdily, především u tříd 6. C (61 % správných řešení) a 6. B (pouze 65 % správných řešení). Nejčastější chybou bylo pouhé posunutí kliky (viz obrázek č. 31), či její správné převrácení, avšak nevhodné umístění (viz obrázek č. 32).



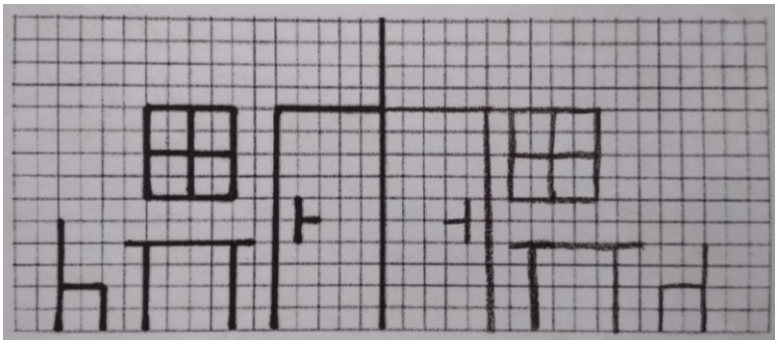
Obrázek 31: Chybné řešení úlohy 4 pre-testu žáka 6. A (špatně zakreslená klika)



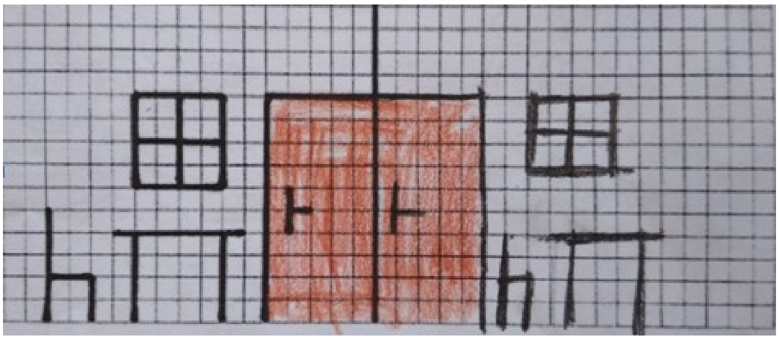
Obrázek 32: Chybné řešení úlohy 4 pre-testu žáka 6. A (špatně zakreslená klika)

Žáci 6. B pak nejvíce chybovali i u zakreslení stolu a židle, kde podali nejslabší výkon ze všech testovaných tříd. Byli také třídou, která měla nejméně celkově správných dokreslených obrázků (pouze 43 % žáků).

Častou chybou bylo také zakreslení židle, respektive jejího přesného umístění v obrázku. Žáci nejvíce chybovali ve výšce sedadla (nakreslili ho delší či kratší o délku strany jednoho čtverce (viz obrázek č. 33)), nebo židli umístili zcela nesprávně na jiné místo (viz obrázek č. 34). Další častou chybou bylo posunutí židle o jednu řadu čtverců doprava či doleva, nebo nakreslení židle o jednu řadu čtverců širší. Poslední chyba mohla být způsobena vyšším počtem sloupců v zadání.

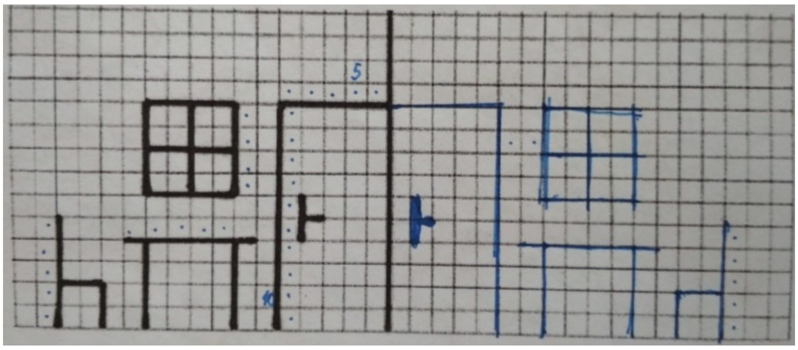


Obrázek 33: Chybné řešení úlohy 4 pre-testu žáka 6. A (špatná velikost opěradla židle a pozice okna)



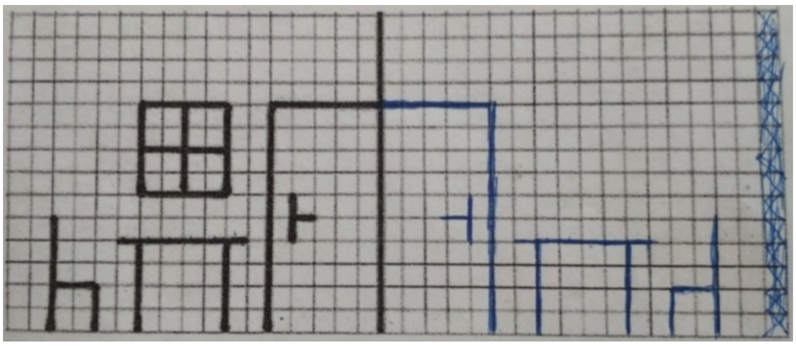
Obrázek 34: Chybné řešení úlohy 4 pre-testu žáka 6. D (špatně zakreslená židle)

Někteří žáci (většinou se jednalo o dívky) si našli dobrý způsob kontroly svého řešení. Velikost jednotlivých objektů v obrázku si počítali podle počtu čtverečků a zároveň si do obrázku značili tečky, aby nedošlo k chybě (viz obrázek č. 35).



Obrázek 35: Způsob řešení úlohy 4 pre-testu žákyně 6. D (tečkování)

Zajímavé bylo řešení jedné žákyně 6. A, která problém s přebývajícím sloupcem čtverečků vyřešila po svém (viz obrázek č. 36). Jednalo se o tu samou žákyni, která při zadávání pre-testu poukazovala na to, že *„ji to nevychází"*.



Obrázek 36: Správné řešení úlohy 4 pre-testu žáka 6. A (škrtnutý sloupec)

2.3.5 Úloha 5 – otázka týkající se pojmu „osa“

5) Kde jsi slyšel slovo <u>osa</u> (při jaké příležitosti)? Co to je?

____

____

____

Obrázek 37: Zadání úlohy 5 pre-testu

Další úloha v pre-testu byla zaměřena na zjištění zkušeností žáků se slovem „osa“. Položeny byly dvě otázky – kde se s tímto slovem žák setkal a co dané slovo znamená, přičemž samotné slovo „osa“ bylo podtrženo, aby nedošlo u žáků k nepochopení zadání a na slovo bylo ještě více upozorněno.

Jednalo se o otevřené otázky a žáci měli k dispozici tři řádky, na které se mohli dle svého uvážení vyjádřit. Při zadávání této úlohy nepadla žádná otázka.

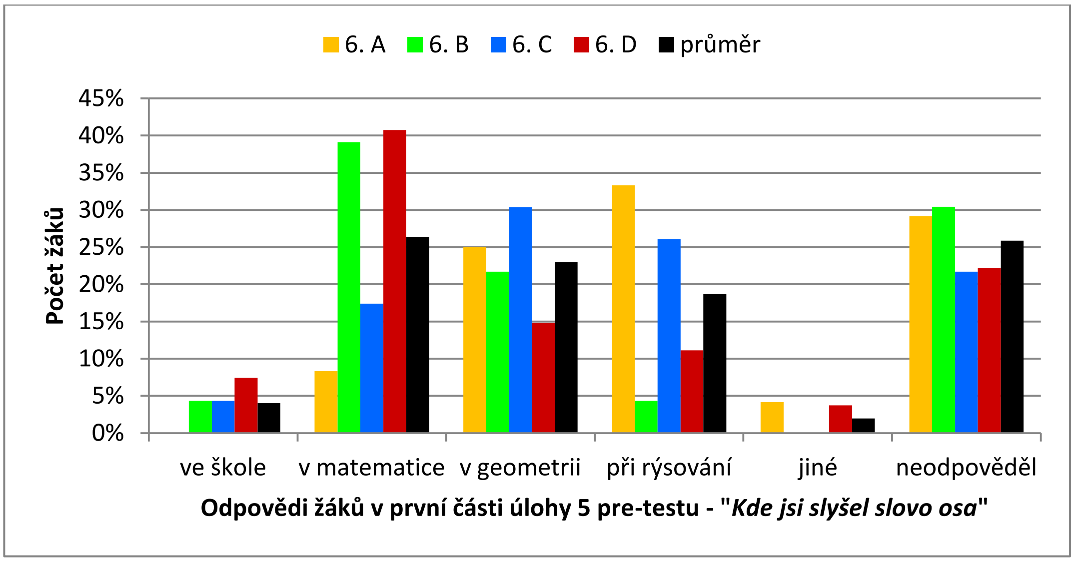
Předpokládala jsem přítomnost chybných řešení v podobě odpovědí pouze na jednu ze dvou položených otázek (což je u žáků velice častý případ nejen v matematice), případně pouze odpověď, že žáci znají dané slovo z matematiky. Také jsem od žáků očekávala stručné a jasné odpovědi.

Žáci však svými rozsáhlými odpověďmi překvapili. Jejich odpovědi byly rozděleny pro každou otázku do jednotlivých kategorií. Nejstručnější odpovědi bylo možné sledovat u třídy 6. B, nejrozsáhlejší odpovědi zase u tříd 6. A a 6. C.

První graf (graf č. 15) ukazuje odpovědi žáků na otázku *„Kde jsi slyšel slovo osa (při jaké příležitosti)?“*. Z odpovědí žáků je patrné, že třídy 6. A a 6. C odpovídaly konkrétněji ohledně setkání s daným slovem, než zbylé dvě třídy. Může to být způsobeno tím, že tyto třídy učím, a v hodinách matematiky vyžaduji co nejpřesnější odpovědi, tudíž jsou na to již částečně zvyklí.

Zajímavostí je kategorie odpovědí „jiné“, kde jeden žák 6. D zapsal, že se se slovem „osa“ setkal „*ve slově vosa*“ a jeden žák 6. A zase v pre-testu poznamenal, že „*osa je videohra*“.[8]

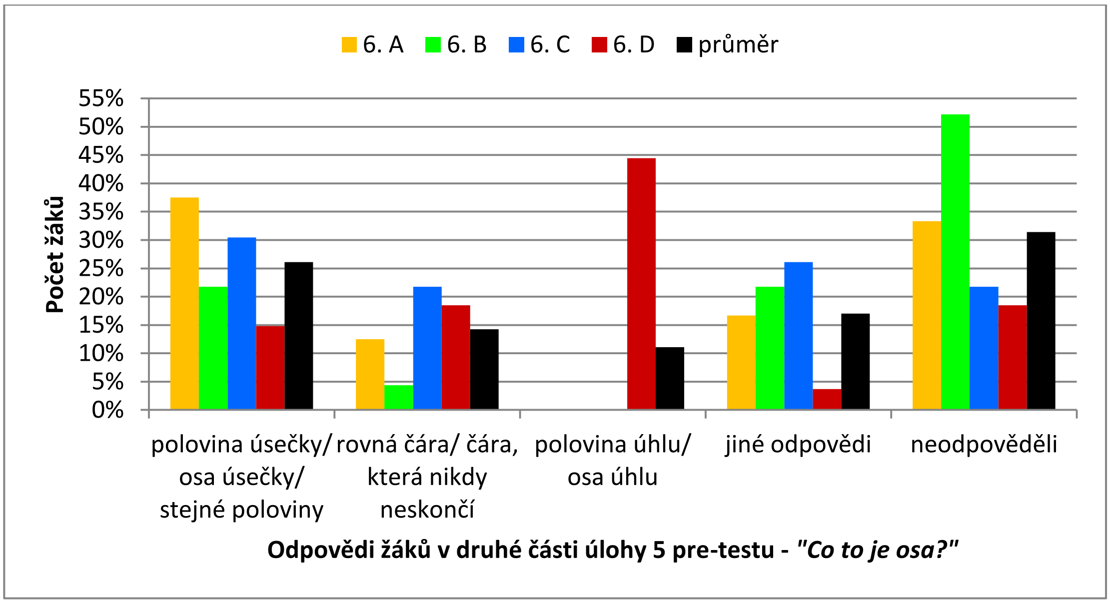
[8] Podle informací dostupných na internetu je OSA zkratka „ochranného svazu autorského“, ale je to zároveň i společnost, která se zabývá mimo jiné výrobou počítačových her.



Graf 15: Odpovědi žáků všech tříd na první část úlohy 5 v pre-testu

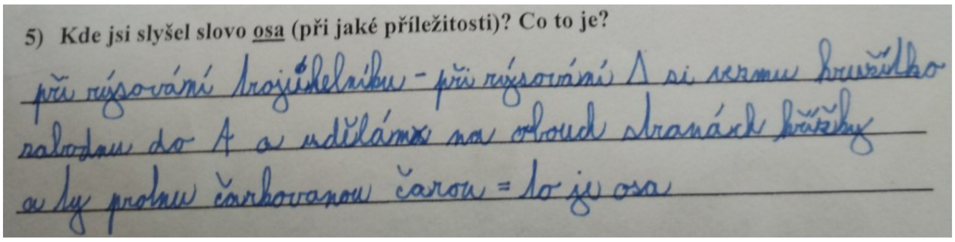
Druhá část úlohy se týkala konkrétní představy žáků ohledně samotného pojmu „osa".

V grafu č. 16 vidíme, že odpovědi žáků jsou značně odlišné. Žáci školy ZŠ Tyršova postupují podle stejného tematického plánu, tudíž výuce osové souměrnosti předcházela výuka úhlů. Žáci této školy (tedy třídy 6. A, 6. B a 6. C) vyplňovali pre-test v době, kdy ještě neprobírali osu úhlu. Proto i v grafu můžeme pozorovat, že odpověď „polovina úhlu/ osa úhlu" žáky vůbec nenapadla. Naproti tomu ZŠ Komenského (tedy třída 6. D) sice má tematický plán podobný, avšak liší se tím, kdy danou látku probírají. Tato třída dostala pre-test bezprostředně po probrání látky úhlů, tedy již pojem osa úhlu znali. Předpokládám, že je to jeden z důvodů toho, že odpovědi 12 žáků této třídy (44 % žáků) se týkaly právě osy úhlu.



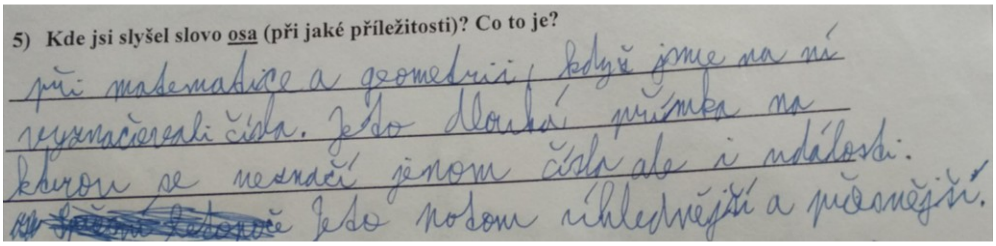
Graf 16: Odpovědi žáků všech tříd na druhou část úlohy 5 v pre-testu

Rozdílný čas zadání pre-testu tedy měl vliv na to, k jaké látce z matematiky se žáci vraceli při hledání slova „osa“. Většina těch, kteří odpověděli na zadanou otázku (kromě třídy 6. D), si vzpomněla na osu úsečky. Někteří žáci si nevzpomněli přímo na pojem, snažili se však popsat slovy postup sestrojení osy úsečky, či alespoň její vlastnost (tedy že osa úsečky dělí úsečku na dvě stejné poloviny). Pro lepší přehlednost byly jejich odpovědi shrnuty do jedné kategorie. Jedna žákyně 6. A dokonce popsala postup konstrukce osy úsečky, i když ne zcela správně (viz obrázek č. 38). Značilo to však to, že si na použití pojmu osa vzpomíná.


5) Kde jsi slyšel slovo osa (při jaké příležitosti)? Co to je?
při rýsování trojúhelníku - při rýsování Δ si vezmu kružítko položím do A a udělám na obou stranách kružky a ty protnu čárkovanou čarou = to je osa

Obrázek 38: Zajímavá odpověď žákyně 6. A v úloze 5 pre-testu

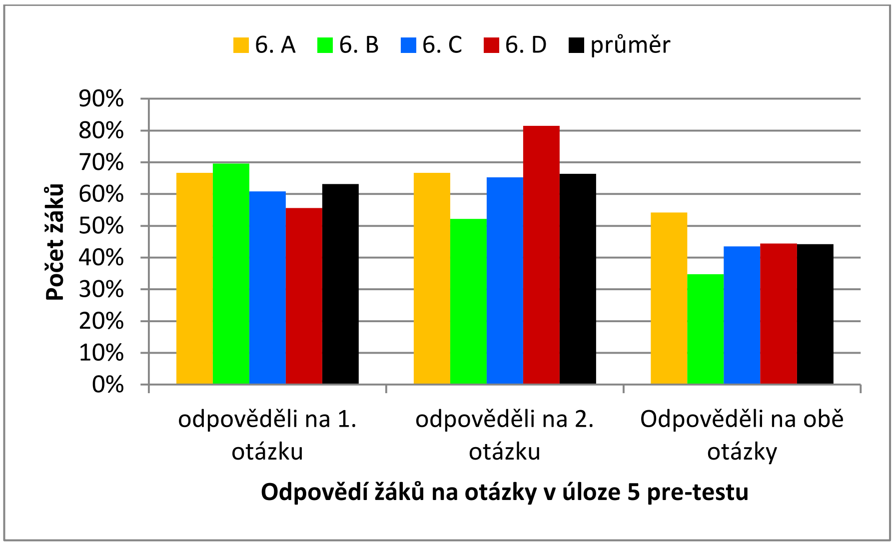
V kategorii „jiné“ se objevily odpovědi typu „vyznačujeme *ji čárkovanou čarou*“, „*osa prochází středem kružnice*“, či „*průřez kružnice*“. Všechny uvedené odpovědi jsou správné, avšak ne zcela jednoznačné na to, aby mohly být zařazeny do jiné z uvedených kategorií. Zajímavé bylo, že tři žáci z 6. B si nezávisle na sobě vzpomněli na pojem číselná osa, jedna žákyně stejné třídy popsala dokonce časovou osu (viz obrázek č. 39) a jeden žák 6. C napsal pouze „osa země“. Také se objevila odpověď „točit se kolem své osy“, kterou zaznamenala jedna žákyně 6. D.


5) Kde jsi slyšel slovo osa (při jaké příležitosti)? Co to je?

při matematice a geometrii, když jsme na ní vyznačovali čísla. Je to dlouhá přímka na které se neznačí jenom čísla ale i události. Je to potom přehlednější a přesnější.

Obrázek 39: Zajímavá odpověď žákyně 6. D v úloze 5 pre-testu

Celkově se potvrdilo mé očekávání, že větší část žáků odpoví pouze na jednu ze dvou uvedených otázek. Přehled této skutečnosti uvádí graf č. 17. Nejvyšší počet žáků, kteří odpověděli na obě zadané otázky, byl ve třídě 6. A (54 % žáků).



Graf 17: Statistika počtu odpovědí žáků na otázky úlohy 5 v pre-testu

2.3.6 Úloha 6 – otázka týkající se pojmu „souměrný“

6) Co to znamená, že je něco souměrné?

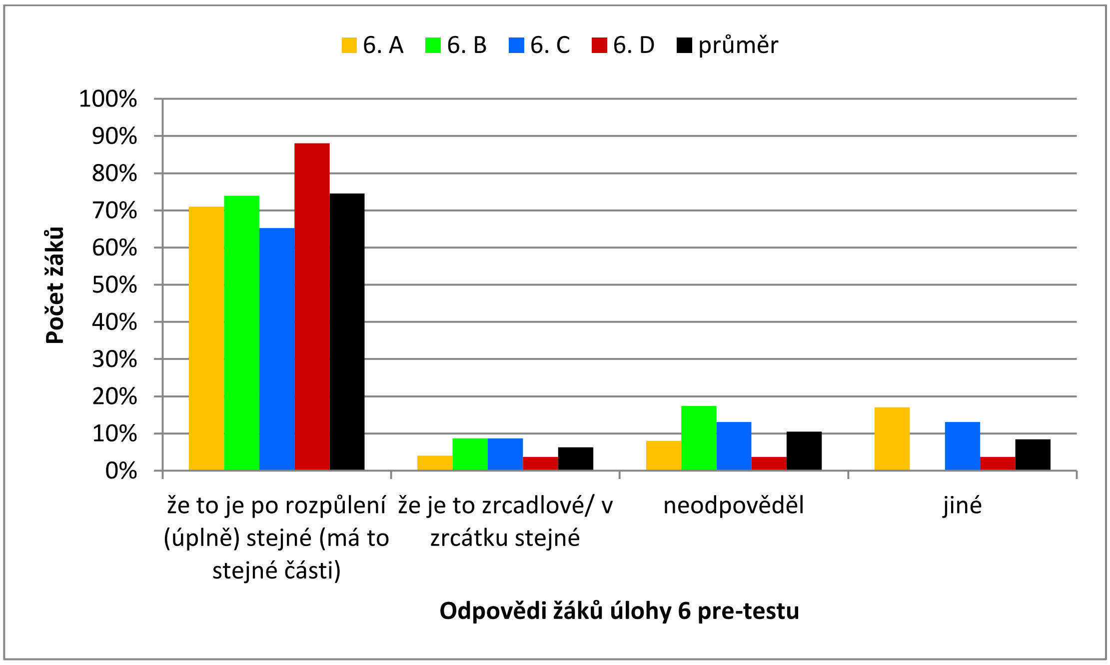
____

____

Obrázek 40: Zadání úlohy 6 pre-testu

Podobně jako předchozí úloha byla poslední úloha v pre-testu zaměřena na zjištění žákovských zkušeností, tentokrát s pojmem „souměrný“. Očekávala jsem, že žáci budou mít zkušenosti pouze s osou úsečky, v případě 6. D i s osou úhlu a to se projeví v jejich odpovědích. Také byla očekávána odpověď, že souměrné znamená stejné.

Odpovědi žáků byly opět rozděleny do kategorií, tenkrát pouze do čtyř (viz graf č. 18). První kategorie se skládala z odpovědí, které obsahovaly slovo „stejné“. Z většiny se jednalo o formulace typu *„že je to stejně velké“*, *„že věci mají obě strany přesně stejné“* či *„když je něco stejného na obou stranách“*. Tato kategorie byl ve všech třídách nejobsáhlejší. Nejvíce žáků (88 %) tímto způsobem odpovědělo ve třídě 6. C.



Graf 18: Odpovědi žáků všech tříd v úloze 6 v pre-testu

Další kategorií byly odpovědi ne tak časté, avšak také důležité. Zde žáci odpovídali, že když je něco souměrné, znamená to, že je to *„stejné, akorát se to zrcadlí“* nebo *„že je to úplně zrcadlově stejné, například jako cvičení 4“*. Žáci své odpovědi ještě upřesnili právě díky principu zrcadlení.

Třetí kategorie zaznamenala žáky, kteří tuto úlohu nezodpověděli, a poslední kategorie shrnovala odpovědi, jež nemohly být zařazeny do předchozích kategorií. Z této poslední skupiny chci poukázat na odpověď žáka 6. A, který napsal: „1) souměrně = stejně, 2) souměrně = rýsovat pravítkem“. Žák mi poté slovně sám od sebe ještě dodal, že „ta dvojka už je upřesnění jedničky, jak to máme, když tak udělat, aby to bylo stejný“. I přesto, že žák ještě nemá zkušenosti s rýsováním v osové souměrnosti, dokáže si již zřejmě postup sám představit.

2.3.7 Výsledky pre-testu

Z analýzy výuky osové souměrnosti na 1. stupni víme, že žáci všech tříd již mají s osovou souměrností jisté zkušenosti, což je patrné i z výsledků post-testu. Většina žáků chápe její princip, základní vlastnosti a využití, avšak zatím ještě nepoužívá správnou terminologii. Pre-test také ukazuje, že v tomto tématu jsou třídy výkonově přibližně na stejné úrovni. To dokazuje i tabulka č. 12, která ukazuje srovnání tříd z hlediska průměru známek na vysvědčení na konci pátého ročníku. Zde je sice patrné, že třída 6. D má výrazně lepší známky než ostatní třídy, avšak známky některých žáků mohou být zkreslené, neboť byli hodnoceni na jiných školách (myšleno u žáků, kteří přestupovali na konci 5. ročníku na jinou školu). Výsledky pre-testu však svědčí o tom, že v tématu osové souměrnosti jsou znalosti žáků víceméně srovnatelné a u žádné třídy se nenašly významnější rozdíly.

Tabulka 12: Shrnutí studijních výsledků všech testovaných tříd

	6. A	**6. B**	**6. C**	**6. D**
průměr třídy na konci 5. ročníku	1,83	2,16	2,25	1,58
počet 1	10	6	7	14
počet 2	9	6	9	9
počet 3	3	5	4	3
počet 4	0	2	3	0
počet 5	1	0	1	0
jiné[9]	1	5	0	3

S ohledem na znalost práce žáků ve třídách 6. A a 6. C a fakt, že v obou třídách se nachází několik prospěchově slabých žáků (a také žáků opakujících ročník), byla sestavena výuka osové souměrnosti tak, aby bylo možné co nejaktivněji zapojit i tyto slabé žáky. Cílem bylo také navázat na jejich předchozí znalosti a u slabších žáků podpořit pocit úspěchu při objevování nových poznatků.

[9] Žáci, u kterých nebyly poskytnuty známky z konce 5. ročníku z předmětu matematika. Jedná se o žáky, kteří přestupovali z jiných škol, či o žáky hodnocené slovně.

2.4 Plán experimentální výuky osové souměrnosti ve třídách 6. A a 6. C

Téma: Výuka osové souměrnosti

Očekávané výstupy: Žák umí vysvětlit pojem osová souměrnost, osa souměrnosti. Chápe princip osové souměrnosti a dokáže ji použít v zadaných úlohách.

Potřebné vstupní znalosti a dovednosti: Žák ví, co to je zrcadlo a na jakém principu funguje. Ovládá rozpoznání základních geometrických útvarů – bodu, úsečky, polopřímky, přímky, trojúhelníka, čtverce, obdélníka, kruhu a kružnice. Žák také dokáže pracovat s rýsovacími pomůckami v rámci základních dovedností, konkrétně ovládá rýsování přímek, kolmic a přenášení vzdálenosti pomocí kružítka.

Potřebné pomůcky: pracovní listy a připravené obrázky, lano, čtverečkovaný papír, rýsovací pomůcky

Odhad počtu vyučovacích hodin: 8 vyučovacích hodin + části hodin, v kterých budou žákům položeny dva post-testy

Metoda výuky: Žáci budou pracovat v předem určených skupinkách po 4 - 5 žácích. Skupiny budou vytvořeny učitelem tak, aby byly vyrovnané co do schopností i do znalostí (tedy, aby v každé skupince byl slabší žák, „chytřejší" žák s vůdčími vlastnostmi, který dokáže svým spolužákům látku vysvětlit i žák, který dobře ovládá rýsování). Svou práci budou zaznamenávat do předem připravených pracovních listů[10] – vždy každý do svého, aby jim zůstal potřebný materiál na učení se doma a zároveň aby nedošlo k tomu, že slabší žáci nebudou pracovat vůbec. Pracovní listy jsou koncipované tak, aby žáci vždy po vypracování určitého úseku zavolali učitele a sdělili mu „heslo" či výsledky své práce a on jim mohl dát další pracovní list. V případě, že budou mít žáci problém úlohu vyřešit, mohou se poradit se svými spolužáky ve skupině, kteří jim mohou s úlohou pomoci. Cílem žáků není na výsledky přijít samostatně, nýbrž pochopit postup a výsledné řešení dokázat samostatně vysvětlit a zdůvodnit. Od žáků bude vyžadováno, aby každý člen skupiny byl schopen vysvětlit postup, který má zapsaný na pracovním listu. Učitel je zde v roli koordinátora hodiny, který žáky v průběhu hodin obchází, sleduje jejich činnost

[10] Pracovní listy byly převzaty od paní H. Pilařové z internetového webu: https://clanky.rvp.cz/clanek/c/ZVB/11175/JOHN-CLEVER-A-RISE-SOUMERNOSTI.html/. Byly ovšem drobně upraveny a nebyly použity přesně dle instrukcí autorky.

a spolupráci a případně konzultuje s žáky postup. Může také pomoci žákům při případných problémech v postupu tím, že jim klade doplňující otázky či je navádí malými nápovědami na správnou cestu. Rozhodně jim však nesmí přímo vyzradit postup či další krok bez toho, aniž by žáci měli možnost na něj přijít sami, i když s malou nápovědou.

Po ukončení výuky osové souměrnosti bude žákům bezprostředně položen post-test, který ověří jejich nově nabyté vědomosti.

Očekávané problémy: V hodinách očekávám problémy se spolupráci ve skupinkách i přes snahu vytvořit skupinky, kde spolu žáci komunikují i mimo vyučování a nemají významnější konflikty. Problémy mohou také nastat v rovině kázeňské, neboť někteří žáci vyrušují výuku zcela pravidelně a při experimentální výuce bude větší prostor pro samostatnou práci žáků a tím pádem i narušování hodiny. Část slabších žáků, kteří v matematice nevynikají, zřejmě bude proti tomuto způsobu výuky „bojovat“, neboť nebudou chtít vyvíjet vlastní iniciativu. Tato skupina žáků bude zřejmě spoléhat na to, že za ně úkoly vyřeší ostatní žáci. Jelikož obě třídy nejsou příliš zvyklé na podnětný způsob výuky (ani na příliš častou skupinovou práci), očekávám jejich neochotu pracovat na zadaných úkolech. Zvláště když se jedná o učivo, se kterým se ještě nesetkaly.

2.4.1 Rozčlenění práce žáků do konkrétních vyučovacích hodin

1. **hodina**

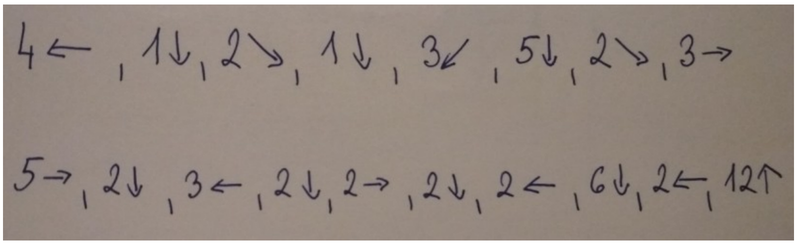
Cíl hodiny: Zjistit vstupní informace žáků týkající se tématu osová souměrnost. Žák chápe princip zrcadla a dokáže jej použít v praxi.

Pomůcky: lano, připravené lístečky s instrukcemi

Průběh hodiny: Po zopakování předchozí látky (úhlů), dostanou žáci k vypracování pre-test na téma osové souměrnosti. Po vypracování jsou žáci ve třídě posazeni na židle tak, aby se vytvořilo pole 5x5 míst (v případě menšího počtu žáku menší pole). Doprostřed pole je nataženo lano, které nahrazuje zrcadlo (osu souměrnosti). Žáci jsou učitelem rozděleni na dvě skupiny dle nataženého lana – na „vzory“ a „obrazy“ v zrcadle. Poté je ze skupiny „vzorů“ jmenovitě požádán žák, aby předvedl určitý pohyb (posadil se na lavici, stoupl si, zalezl pod lavici, udělal krok vpravo, zamával apod.). Na straně „obrazů“ ho musí napodobit správný žák. Lano se po chvíli přesune a aktivita se opakuje.

Druhou aktivitou je „šachová hra“ ve dvojicích. Žáci dostanou čtverečkovaný papír rozdělený na dvě části červenou přímkou (osou) a s vyznačeným červeným počátečním bodem kdekoliv na jedné z polovin papíru. Jeden z žáků dostane písemné instrukce, jak se má postupně z výchozího bodu krok po kroku pohybovat (viz obrázek č. 41) a druhý žák musí na druhé polovině najít odpovídající výchozí bod a pohyby svého spolužáka opakovat tak, aby byl obrázek dle zrcadla (osy) souměrný. Žáci by měli postupovat po jednotlivých krocích.

Očekávané problémy: Žáci budou mít zřejmě problém v šachové hře, neboť nepochopí princip dokreslování obrázku po jednotlivých krocích. Obávám se toho, že nejprve nakreslí celý svůj postup a poté nechají spolužáka, aby obrazec dokreslil.



Obrázek 41: Ukázka možného zadání "šachové hry"

2. hodina

Cíl hodiny: Žák dokáže vysvětlit pojem shodnost, pozná shodné útvary, uvede příklady shodných útvarů a ověřuje shodnost měřením a přenášením.

Pomůcky: pracovní list č. 1, pravítko, tužka, pastelky

Průběh hodiny: V této hodině žáky rozdělíme do skupin tak, aby byly skupiny vyvážené (silnější žáci tak mohou pomáhat slabším žákům). Pomocí pracovního listu č. 1 se žáci nejprve seznámí se symbolickým rámcem celé experimentální výuky, kde společně s dobrodruhem Johnem Cleverem postupně objevují tajemství osové souměrnosti.

Žákům bude také vysvětlen způsob výuky a úloha skupinek i učitele v následujících hodinách. Ve skupinách vypracují vždy jednu stranu pracovního listu, poté zavolají učitele a své výsledky mu předvedou. Učitel se vždy může kohokoliv ze skupiny zeptat, jakým způsobem přišla skupina na konkrétní výsledek a tím ověřit, zda každý člen pochopil postup. Pokud žák nedokáže odpovědět, učitel odchází k jiné skupině, zatímco žáci si navzájem znovu vysvětlují postup, kterým se dostali ke konkrétním výsledkům. Pokud je skupina připravena, zavolá si opět učitele. Při úspěšném zodpovězení učitelových otázek můžou žáci pokračovat na další straně pracovního listu, případně obdrží nový list.

Jednotlivými aktivitami na pracovním listě č. 1, který žáci mají postupně projít a vyřešit jsou:

a) přečíst komiks na pracovním listě
b) přeložit Johnovo jméno do českého jazyka
c) vyluštit tajenku s cílem Johnovy cesty (mezipředmětové propojení učiva – dějepis)
d) hledání dvojic shodných obrázků
e) nahradit synonymem slovo „shodné“
f) určování shodných útvarů
g) překreslit shodný obrázek do čtvercové sítě

Všechny aktivity jsou na pracovním listě uvedeny – někdy přímo, někdy nepřímo.

Očekávané problémy: Očekávám, že žáci vynechají překlad Johnova jména do češtiny, neboť to nebudou považovat za nutný krok, který je posune dále. Myslím, že je spíše zaujmou na první pohled příklady, které budou chtít počítat a předchozí úkol tak přeskočí. Dále očekávám, že po vyhledání dvojic osově souměrných útvarů žáci nepochopí účel posledního obrázku, a tedy nebudou tušit, co má být jejich dalším krokem, jelikož v pracovním listu není položena žádná otázka, pouze konstatování. Také si myslím, že se budou v této hodině často obracet na učitele a žádat od něj pomoc a konkrétní radu tak, jak jsou zvyklí z klasické výuky.

3. hodina

Cíl hodiny: Žák zná pojem symetrie (souměrnost), pozná souměrný i nesouměrný útvar, dokončí souměrný obrázek ve čtvercové síti.

Pomůcky: pracovní list č. 2, připravené karty s úhly

Průběh hodiny: Po obdržení dalšího pracovního listu budou žáci využívat předchozích znalostí, konkrétně úhlů. Po třídě rozmístíme obrázky úhlů a žáci na základě vlastností úhlů vrcholových a vedlejších určí velikost označených úhlů a k uvedené velikosti přiřadí odpovídající písmenko z tabulky. Po vyluštění tajenky mají žáci najít osově souměrné útvary z nabídky na pracovním listě a dokončit osově souměrné útvary ve čtvercové síti a to s pokynem, že tak mají činit co nejpřesněji.

Jednotlivými aktivitami na pracovním listě č. 2 jsou:

a) určit velikosti úhlů rozmístěných po třídě a výsledkům přiřadit správné písmeno podle legendy
b) určit osově souměrné obrázky (Simmetriónovy stromy)
c) dokončit souměrné obrázky ve čtvercové síti

Očekávané problémy: Problémy žáků očekávám při řešení úlohy Simmetriónových stromů, kdy žáci nejspíše nepochopí, co se od nich žádá. Další úskalí vidím v dokreslování Simmetriónovy knihovny, kdy si myslím, že budou mít žáci problém se správným překreslením samotného nápisu „library“.

4. hodina

Cíl hodiny: Žák nachází souměrné útvary kolem sebe, modeluje a kreslí osově souměrné útvary.

Pomůcky: pracovní list č. 3, čisté papíry, fixy, pastelky, připravené obrázky brouků Vzorobrazů

Průběh hodiny: Další pracovní list začíná slovní úlohou, ve které si žáci procvičí jednoduché početní operace. Poté mají žáci do připravených čtvercových sítí zakreslit dva různé symetrické obrazce dle své volby. Pokud tak učiní, mají za úkol vytvořit brouky Vzorobraze, kteří jsou učitelem připraveni na tabuli. Brouci jsou vytvořeni za pomoci osové souměrnosti z českých jmen a žáci musí nejprve odhalit tento princip, na jehož základě pak vytvoří své vlastní brouky. Učitel na tabuli připraví tři brouky, každého v jiné poloze.

Jednotlivými aktivitami na pracovním listě č. 3 jsou:

a) vyřešit slovní úlohu
b) zakreslit do čtvercové sítě vlastní souměrné obrazce
c) pochopit princip vytvoření brouků Vzorobrazů
d) vytvořit vlastní Vzorobraze

Očekávané problémy: Největší obtíže žáků čekám v nepochopení principu vytvoření brouků Vzorobrazů. Žáci budou dle mého názoru zkoušet různé vlastní brouky, avšak nahodile. Při řešení tohoto úkolu očekávám největší časovou prodlevu a také vysokou frustraci žáků a jejich odmítavé postoje k pokračování v aktivitě.

5. hodina

Cíl hodiny: Žák vysvětlí pojmy osová souměrnost, osa souměrnosti, vzor, obraz, samodruhý bod. Pochopí postup konstrukce obrazu v osové souměrnosti dle dané osy a účelně ho využívá.

Pomůcky: pracovní list č. 4, rýsovací potřeby

Průběh hodiny: V této hodině se žáci setkají s obrazem motýla, u kterého mají zodpovědět 5 otázek, pomocí nichž si zopakují informace, které se v průběhu výuky dozvěděli o osové souměrnosti. Otázky by jim měly pomoci utřídit již nabyté znalosti a slouží k vysvětlení jednotlivých pojmů týkajících se osové souměrnosti. Po jejich zodpovězení mají na pracovním listě podrobný obrázkový návod, pomocí něhož by měli dokázat samostatně sestrojit útvar v osové souměrnosti. Na závěr pracovního listu je čeká zopakování pojmů i postupu konstrukce osově souměrného útvaru.

Jednotlivými aktivitami na pracovním listě č. 4 jsou:

a) dorýsovat úsečky v obrázku motýla a změřit je
b) zodpovědět otázky týkajících se obrázku motýla
c) pochopit postupu konstrukce bodu v osové souměrnosti
d) narýsovat úsečky v osové souměrnosti dle osy o
e) slovně shrnout a zapsat poznatky o osové souměrnosti

Očekávané problémy: Žáci budou mít nejspíše problém pochopit obrázkový návod postupu konstrukce bodu v osové souměrnosti s osou. Největší obtíže jim nejspíše bude činit zobrazení úsečky AB v osové souměrnosti, jestliže leží celá úsečka přímo na ose souměrnosti. Dalším úskalím může být i špatná připravenost žáků na rýsování (nedostatek pomůcek, špatně seřízená kružítka aj.).

6. hodina

Cíl hodiny: Žák automatizuje postup konstrukce obrazu v osové souměrnosti, používá správné rýsovací pomůcky. Rýsuje přesně a kvalitně.

Pomůcky: pracovní listy č. 5 a 6, rýsovací potřeby

Průběh hodiny: Pracovní list č. 5 je koncipován jako procvičovací. Žáci zde budou rýsovat útvary v osové souměrnosti a ve skupině si řešení kontrolovat. V závěru hodiny svou práci kriticky ohodnotí ze tří pohledů – zda při rýsování používají správný postup, zda rýsují přesně a kvalitně. Aby žáci mohli své nově nabyté znalosti uplatnit, bude jim za domácí úkol zadána první strana pracovního listu č. 6 (narýsovat v osové souměrnosti údolí Shodnosti se Simmetriónovým palácem).

Jednotlivými aktivitami na pracovním listě č. 5 a první straně pracovního listu č. 6 jsou:

a) narýsovat obrazy konkrétních útvarů v osové souměrnosti s přímkou p
b) kriticky zhodnotit svou práci
c) narýsovat dva obrazy v osové souměrnosti

Očekávané problémy: Zde je možné, že někteří žáci nepochopí postup. Někteří zřejmě nebudou rýsovat přesně či nebudou mít v pořádku rýsovací pomůcky. Bylo by vhodné žákům zdůraznit, aby se snažili být co nejpřesnější. Také můžeme očekávat nesplnění domácího úkolu a s tím související neprocvičení dané látky.

7. hodina

Cíl hodiny: Žák pozná osově souměrný útvar a určí jeho osy souměrnosti. Sestrojí osově souměrný útvar.

Pomůcky: pracovní listy č. 6 a 7, rýsovací potřeby

Průběh hodiny: Žáci si ve skupinách zkontrolují domácí úkol z předchozí hodiny a budou následně pokračovat v pracovní listu č. 6, kde mají za úkol rozhodnout, která písmena z české abecedy jsou osově souměrná a která nejsou. Pokud naleznou osově souměrná písmena, musí zakreslit jejich osu souměrnosti, případně více os, pokud existují. Pokud se jim to podaří, pokračují v dalším hledání, tentokrát slov, která jsou osově souměrná podle nějaké osy souměrnosti. Žáky je vítané motivovat k nalezení nejdelšího osově souměrného slova, podnítí to jejich soutěživost. Poté na dalším pracovním listě dokončí Simmetriónův erb – dokončí druhou polovinu obrazce v osové souměrnosti.

Jednotlivými aktivitami na druhé straně pracovního listu č. 6 a pracovním listě č. 7 jsou:

a) rozlišit osově souměrná písmena od ostatních písmen
b) určit případné osy souměrnosti daných písmen
c) nalézt další osově souměrná slova (například i nejdelší takové slovo)
d) dokreslit druhou polovinu Simmetriónova erbu dle osy souměrnosti

Očekávané problémy: Zde neočekávám významnější problémy žáků, snad jen neochota dokončit Simmetriónův erb z důvodu velkého množství bodů, které musí přenést přes osu souměrnosti.

8. hodina

Cíl hodiny: Žák si zopakuje pojmy, které se vztahují k osové souměrnosti i postup konstrukce obrazu v osové souměrnosti.

Pomůcky: pracovní list č. 8, rýsovací potřeby

Průběh hodiny: Úvodní aktivita na pracovním listu č. 8 je přečtení textu, jehož písmena jsou osově souměrné útvary. Žáci by s rozluštěním textu již neměli mít větší obtíže. Dalším úkolem je poté seřazení rovinných útvarů dle počtu os souměrnosti od nejmenšího počtu k největšímu. Pokud žáci útvary správně seřadí, získají číselný kód a otevřou s ním dveře od tajemné komnaty. Z té se potom budou muset zase dostat ven, a splnit tak zkoušku, na kterou je třeba se dobře připravit. Je zde do symbolického rámce zaobaleno zopakování pojmů týkajících se osové souměrnosti a samotná konstrukce obrazu v osové souměrnosti. Žáci by měli sami pochopit, že je druhý den čeká písemná zkouška z tématu osové souměrnosti.

Jednotlivými aktivitami na pracovním listě č. 8 jsou:

a) rozluštit text psaný v osové souměrnosti
b) určit osy souměrnosti jednotlivých rovinných útvarů a seřadit je dle počtu os
c) zopakovat pojmy týkající se osové souměrnosti
d) sestrojit obraz v osové souměrnosti

Očekávané problémy: Největší obtíže žáků očekávám u aktivity týkající se rozlišování os souměrnosti v rovinných útvarech. Myslím, že žáci nerozpoznají všechny osy u některých útvarů a u obdélníku budou naopak tvrdit, že má 4 osy souměrnosti. Pravděpodobné je také to, že sice určí správně počet os souměrnosti u všech útvarů, avšak nepochopí postup, jak útvary seřadit (resp. budou je řadit dle os, ne dle jejich číselného značení).

9. hodina

Cíl hodiny: Zjistit výstupní znalosti žáků z tématu osové souměrnosti.

Pomůcky: post-test

Průběh hodiny: Vypracování post-testu a navázání další látkou.

Očekávané problémy: Žádné.

2.5 Průběh experimentální výuky ve třídách 6. A a 6. C

Průběh experimentální výuky shrnuje následující tabulka, která popisuje časové rozvržení výuky tématu osové souměrnosti. Druhá až pátá hodina byly odučeny dohromady jako bloková výuka, aby mohli žáci nerušeně pracovat ve skupinách a nebyli tlačeni časem. Ostatní hodiny byly odučeny v dalších plánovaných hodinách matematiky dle rozvrhu jednotlivých tříd. Navzdory původnímu plánu, kdy byly úlohy rozděleny do hodin dle pracovních listů, bylo v praxi nutné se nefixovat vždy jedním pracovním listem k jedné vyučovací hodině. Bylo třeba poskytnout žákům dostatek času, aby mohli postupovat dle svého tempa a přicházet na jednotlivé objevy sami.

Tabulka 13: Časová realizace experimentální výuky

Pořadí hodiny	6. A				6. C			
	Datum	Pořadí hodiny dne	Počet žáků	Obsah hodiny	Datum	Pořadí hodiny dne	Počet žáků	Obsah hodiny
1	12. 4	2.	23	Pre-test, motivační aktivity	16. 4	3.	22	Pre-test, motivační aktivity
2 – 5	15. 4	1. - 4.	24	Bloková výuka (pracovní listy č. 1 - 4)	17. 4	1. - 4.	21	Bloková výuka (pracovní listy č. 1 - 3)
6	16. 4	4.	23	Prac. list č. 5	24. 4	1.	20	Prac. list č. 4
7	17. 4	5.	23	Prac. list č. 6	25. 4	2.	22	Prac. list č. 5, 7
8	24. 4	1.	22	Prac. list č. 7	26. 4	3.	22	Prac. list č. 6
9	25. 4	5.	22	Prac. list č. 8	29. 4	2.	24	Prac. list č. 8
10	26. 4	2.	24	Post- test	30. 4	3.	20	Post-test

Výuka v obou třídách probíhala identicky, aby byly zachovány stejné podmínky pro obě třídy. Lišila se pouze tím, kdy probíhaly jednotlivé hodiny matematiky, což mělo vliv na pozornost žáků. Pokud hodiny probíhaly první či druhou vyučovací hodinu, žáci lépe spolupracovali a byli celkově soustředěnější. Hodiny odučené třetí nebo čtvrtou hodinu již ovlivňovaly pozornost žáků, ti byli unavenější či myšlenkami jinde. Rozdílné byly samozřejmě reakce žáků a jejich rychlost v postupování při řešení pracovních listů a zadaných úkolů. Průběh výuky také ovlivňovalo chování některých žáků, kteří odmítali spolupracovat či výuku a práci svých spolužáků opakovaně narušovali (převážně ve třídě 6. C).

Asistentka pedagoga ze třídy 6. A se účastnila experimentální výuky i v třídě 6. C. Přesto, že zde byli žáci zvyklí pouze na přítomnost jednoho dospělého ve výuce, na další osobu si velice rychle přivykli a obraceli se na ni se svými dotazy. Veškerá práce žáků probíhala za stejných podmínek jako ve třídě 6. A, avšak objevily se zde drobné odchylky u některých úloh či v některých situacích.

2.5.1 Pre-test a motivační aktivity (1. hodina experimentální výuky)

Po vyplnění pre-testu v 6. A začala výuka motivačními aktivitami.

Při používání lana jakožto osy souměrnosti a napodobování svého vzoru nenastala v 6. A žádná komplikace. Všichni žáci se aktivně účastnili, nejoblíbenější pozicí pro napodobování se stalo vylezení na židli či lavici. Žáci vymýšleli kreativní pozice, někteří cíleně ztěžovali svým spolužákům práci při napodobování a opravovali své vzory – například že nemají zkřížené prsty na rukou, nemají na sobě brýle aj. Zajímavá situace nastala, když Jirka K. řekl: „*Nemá někdo nůžky? Já ji musím trochu přistřihnout.*“. Měl se stát obrazem své spolužačky, která má vlasy dlouhé po pas. Nezasahovala jsem, neboť mu odpověděla sama Terka: „*To ale nikdy nebudeš úplně stejný, nikdo nemá úplně stejný dvojče. Se koukni na Míšu a Domču*[11]*, že jo.*“. Zde je patrné, že někteří žáci si už v tuto chvíli uvědomují plný princip osové souměrnosti, tedy že je nutné mít naprosto stejný obraz k uvedenému vzoru. Jirka souhlasil a další námitky již neměl.

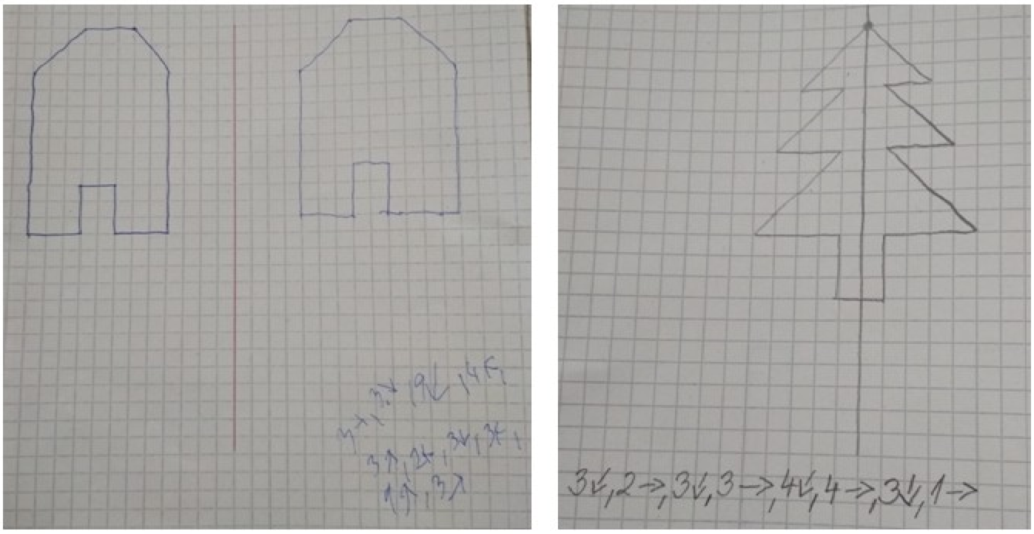
V 6. C se tato aktivita nesetkala s přílišným nadšením. Někteří žáci odmítali spolupracovat a narušovali tak aktivitu zbylých spolužáků. Tyto čtyři žáky jsem požádala, aby se aktivity neúčastnili a sedli si na koberec ve třídě a pouze v tichosti pozorovali. Zbytek třídy již bez problémů spolupracoval. Nikdo se však nezarazil nad tím, že podobnost dvou lidí není vždy 100%. V závěru jsem se tedy zeptala, zda nedošlo v průběhu aktivity k nějaké situaci, která nebyla správně splněná. Zajímavé bylo, že se ozvala právě Maruška, která se aktivity neúčastnila. Její komentář: „*Vždyť to stejně bylo celou dobu blbě, oni prostě nejsou stejný.*“ jsem velmi vítala. Odpověděla jí Adéla: „*Tady šlo ale jenom o pohyby, jinak by to nešlo udělat.*“ Obě dívky si uvědomují plně princip osové souměrnosti a je zajímavé, že Maruška jej pochytila i přes to, že se odmítla zúčastnit.

Další aktivitou byla „šachová hra“. Zde se potvrdily mé obavy, neboť v obou třídách většina žáků nepochopila správně zadání – tedy že mají postupovat vždy po jednom kroku a nechat spolužáka dokreslit jeho část než budou pokračovat dále. Díky tomu měly obrázky správně dokreslené velice brzy a považovaly aktivitu za nudnou. Dle mého názoru bylo i přesto možné si tímto způsobem ověřit, zda žáci dodrželi při kreslení stejnou vzdálenost

[11] Třídu 6. A navštěvují dvojčata – Terka a Míša. Jedná se o dvojvaječná dvojčata a jejich podoba je na první pohled velmi rozdílná.

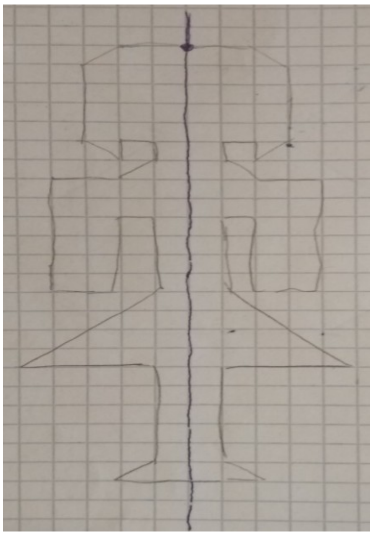
od osy souměrnosti a zda respektovali čtvercovou síť. Na základě jejich rychlého splnění jsem je požádala, aby vytvořili své vlastní zadání a to pak předali spolužákovi ke zpracování.

V 6. A byli žáci nápadití. Mezi vymyšlenými obrazci se objevily stromečky, srdíčka, domečky i raketa (viz obrázek č. 42). Žádné problémy při tvorbě vlastního zadání nebyly.



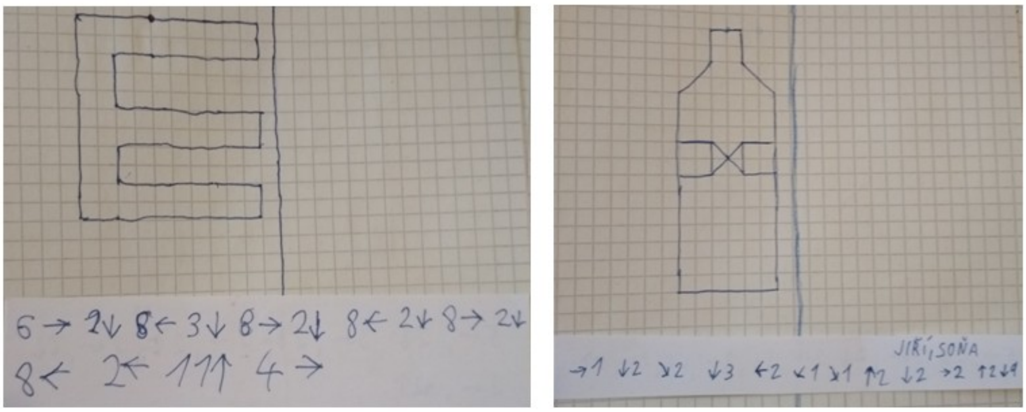
Obrázek 42: Vlastní tvorba osově souměrných obrázků žáků 6. A

V 6. C se také objevila zajímavá řešení, avšak ne všechna obsahovala i popis sestrojení obrázku. Například Fanda a Adéla zkoušeli postupně nakreslit panenku, ale již nestihli zapsat zadání v jazyku šipek (viz obrázek č. 43).



Obrázek 43: Tvorba osově souměrného obrazce žáků 6. A

Někteří žáci pak stihli obojí, ale překvapil mne způsob, jakým zvolili počáteční bod obrázku. Například Ondřej popisoval obrázek od libovolného bodu, nikoliv rohového. Jirka zase vymyslel těžší obrazec, avšak nedopsal celé zadání v jazyku šipek (viz obrázek č. 44). Času měl dost, ale prohlásil: *„Jsem si to vymyslel blbě, bylo by to bylo na dlouho.*“. Nutno podotknout, že se jedná o žáka, který v matematice vyniká a pokud má plnit úkol či úlohu, v které nevidí smysl, práce ho nebaví. Většinou se to projevuje při opakování látky – jelikož opakovat nepotřebuje, dostává v hodinách úlohy pro starší ročníky (v současné době řeší látku 8. ročníku – mocniny a odmocniny).



Obrázek 44: Vlastní tvorba osově souměrných obrázků žáků 6. C

2.5.2 Bloková výuka (2. – 5. hodina experimentální výuky)

Další 4 vyučovací hodiny byly spojeny do blokové výuky z důvody co největšího zamezení rušivých elementů. Snažila jsem se také, aby žáci mohli postupovat dle svého tempa dále a na daný způsob bádání si postupně zvykli. Nejprve popisuji výuku ve třídě 6. A, poté průběh výuky v 6. C.

V úvodní části 1. hodiny byl žákům 6. A vysvětlen princip konstruktivistického stylu výuky a byli rozděleni do skupin. Seznámila jsem je se symbolickým rámcem pracovních listů – tedy s Johnem Cleverem. Dozvěděli se, že se jedná o cestovatele, který objevuje nové věci, a oni se k němu dnes připojí. Žáci byli požádáni o to, že když splní jednu stranu pracovního listu, zavolají mne či asistentku pedagoga a my jim řešení zkontrolujeme, případně se jich zeptáme na další informace, než budou pokračovat dále. Byli upozorněni, že cílem této práce není rychlost, nýbrž to, aby všichni členové porozuměli řešení a byli schopni jej vysvětlit. Pokud si nebudou vědět rady, mohou se na nás obrátit, a my je případně nasměrujeme dále. Asistentka byla upozorněna, že v žádném případě žákům nesmí říct řešení, pouze je na něj navést. Předem si také nastudovala prvky konstruktivistického stylu výuky.

Ke své práci mohli používat veškeré materiály, které měli k dispozici – sešity, kalkulačky, tabulky a vše další. Padla otázka, zda mohou používat mobil. Odpověděla jsem jim, že ano, pokud bude vypnutý. To vyvolalo zvídavé pohledy a u dvou žáků diskuzi, k čemu to bude dobré. Také jsme se domluvili, že David, který trpí selektivním mutismem, se bude dorozumívat psaním. Třída se nemohla dočkat pracovních listů, pustili jsme se tedy do práce.

První část pracovního listu obsahovala několik úkolů – přeložit Johnovo jméno do češtiny, vyluštit cíl Johnovy cesty a poznat osově souměrný obrázek (resp. zjistit proč Johna zaujal).

Žáci neměli žádné problémy při luštění cíle Johnovy cesty. Jelikož se jednalo o spočítání několika jednoduchých příkladů a spojení výsledků s konkrétními písmeny a žáci měli k dispozici kalkulačky, nečinil jim úkol žádný problém. Martin se pouze zeptal: „*Stačí zjistit do jaké země nebo musíme konkrétní místo?*“ Odpověděla mu Míša: „*Máš tady Egypt, víc vědět nepotřebuješ.“*

Žákům nejvíce činilo obtíže přeložit Johnovo jméno do českého jazyka. Obrázky na pracovním listu totiž chápali jako ilustrační a pořádně si je nepročetli. Upozornila jsem je, že mají pracovat se všemi informacemi na pracovním listu. Pokud neměli jméno přeloženo, připomněla jsem jim, že John Clever je Čech. I přesto jim dlouho dobu trvalo, než přeložili i jméno John (do té doby překládali pouze jeho příjmení).

Přikládám také rozhovor Míši a Kristiána: „*Takže by to stačilo to jeho jméno přeložit?*“ (Míša), „*Asi jo, zkusíme to.*“ (Kristián). Míša potřebovala při celé blokové výuce neustále ujišťovat mnou, či Kristiánem. Jedná se o dívku, která chce mít všechno perfektně vypracované a pokud by musela škrtat, je schopná přijít pro nový pracovní list a vše předělat, aby to měla vizuálně v pořádku.

V druhé části tohoto pracovního listu žáci vyhledávali shodné obrázky a u toho, který jim zbude, mají zdůvodnit, proč je speciální. Najít obrázek jim problémy nečinilo. Jako důvody specializace obrázku uváděli:

- „*Je tam osa souměrnosti.*" (Matěj)
- „*Když se to přeloží, tak jsou stejný.*" (Evča)
- „*Když ho otočíme na druhou stranu, tak je úplně stejnej.*" (Anička)

Během celé výuky žákům trvalo, než si zvykli na mé doplňující otázky a na to, že musí svůj postup podrobněji vysvětlovat. To však netrvalo dlouho a pak vše běželo již hladce. Ukázalo se, že skupinka utvořená dvěma děvčaty (Adély a Johanky) a Jirkou P., který je zvyklý na asistentku pedagoga, fungovala jako jedna z nejlepších. Jirka sice nepřišel sám na téměř žádnou z úloh, avšak děvčata mu to vždy dokonale vysvětlila. Nikdy mu neřekla přímo řešení – snažila se jej navést návodnými otázkami tak, aby sám došel do „cíle" úlohy. Problémy naopak měla skupinka, ve které byl Patrik. Odmítal spolupracovat, pořád se hlásil a ptal se mě, či bez kontroly listu pokračoval dále. Celkově nerespektoval princip spolupráce ve skupinách. Přizpůsobil se až po 2 vyučovacích hodinách.

Na druhé straně pracovního listu byla úloha na rozpoznání shodných obdélníků. Při mé otázce, jak na dané dvojice přišli, odpovídali: „*měříme, jak jsou dlouhý obdélníky*", „*podle pravítka*", „*buď od pohledu nebo je překrýt přes sebe*" či „*prostě je změříme*".

U dalšího úkolu – dokreslování obrázku – jsem byla nucena některé skupinky upozornit, že obrázky mají být shodné. Část žáků kreslila obrázek domečku zrcadlově, protože z předchozích úkolů vytušili, že se bude jednat o osovou souměrnost. Když jsem se zeptala Kristiána, zda jsou jeho obrázky shodné, odpověděl mi: „*Já vím, mám to všechno posunutý o jeden blok doleva a ještě obráceně, ale mě se nechce to předělávat.*". Jeho skupinka ho však později přemluvila.

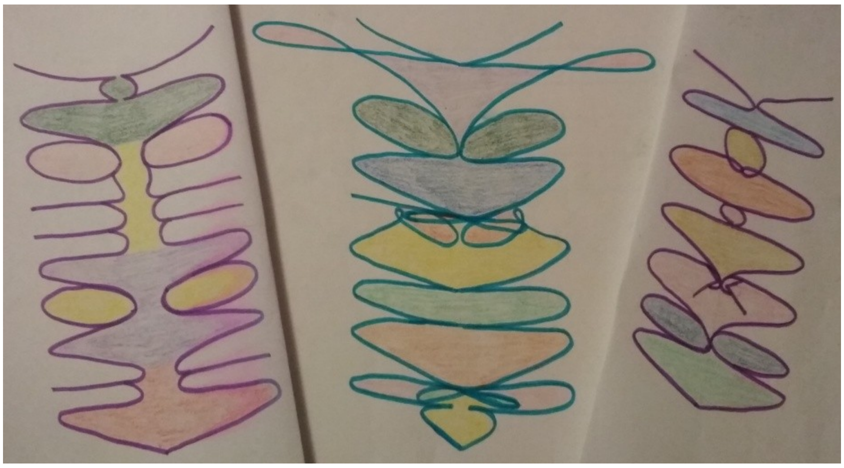
Některých žáků jsem se také zeptala, jak přišli na to, že jejich řešení je to správné. Zajímavou odpověď jsem dostala od Evči: „*Jsou stejný na pohled. Tady jsou čtverečky jeden a tady taky jeden, dveře jsou tady 6 čtverečků, takže tady bude taky 6 čtverečků.*" Je evidentní, že Evča již plně využívala vlastnosti čtvercové sítě.

Práce na dalších pracovních listech už žákům šla rychleji. Při hledání úhlů a určování jejich velikosti nenastal žádný problém. Taktéž jim nečinilo potíže rozlišit symetrické stromy od ostatních. Zde zdůvodňovali tím, že se dají přeložit, mají stejné poloviny a dalšími podobnými komentáři.

Drobné potíže nastaly na druhé části pracovního listu č. 2 – v dokreslování osově souměrných obrazců ve čtvercové síti. Nejen, že žáci dokreslovali obrázky od ruky (nikoli dle mých slov v úvodu hodiny, že mají vše, co činí, činit co nejpřesněji – myšleno pomocí pravítka), ale problémem byl i nápis LIBRARY, který měli žáci přenést zrcadlově. Asistentka se jich zeptala, proč jim to činí potíže. Odpověděla jí Anička: „*No protože to prostě je zrcadlo a já neumím nakreslit jen tak odraz. To bych se musela podívat.*“. Tímto komentářem spustila řadu nápadů. Někteří žáci chtěli s pracovními listy odejít na záchod k zrcadlu, jiní sháněli zrcátka v taškách či zkoušeli, zda jim nepomůže okno. Po chvíli přišel s nápadem Láďa, který vytáhl z tašky mobil a začal ho používat jako zrcátko. Ostatní žáci ho brzy napodobili a nápis tak většinou na druhý pokus správně přenesli.

Třetí pracovní list většina skupinek začala vyplňovat na začátku 3. vyučovací hodiny a činil největší obtíže. Samotná slovní úloha na první straně listu dala žákům z časového hlediska zabrat. Jedinou skupinkou, která úlohu mohla vyřešit rychleji, byla Láďova skupina. Láďa totiž úlohu vyřešil velmi rychle sám (podobné prakticky zaměřené úlohy mu nečiní větší obtíže), přesto se jeho skupina zdržela. Problémem bylo to, že ostatní spolužáci Láďovo řešení nechápali a on sám jej nebyl schopen pořádně vysvětlit. Trvalo tedy asi 10 minut, než se mezi sebou tito žáci pochopili, což se však nakonec ukázalo jako přínosné nejen z pedagogického hlediska, ale i z časového, neboť skupinka nenabrala příliš velký náskok před ostatními.

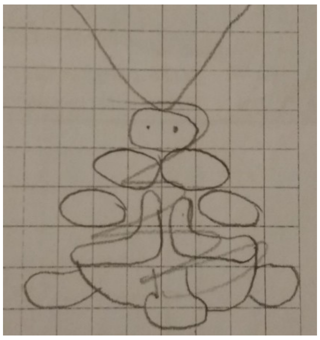
Velkým problémem se však stalo pochopení vzniku brouků Vzorobrazů. Pro žáky byli připraveni tři brouci, které měli k dispozici na tabuli (viz obrázky č. 45 a 46). Nikdo ze třídy však ihned neodhalil, že se brouci skládají z českých jmen, které jsou poté zobrazena dle osy souměrnosti a následně libovolně barevně vyzdobena.



Obrázek 45: Brouci Vzorobrazi vytvořené pro experimentální výuku

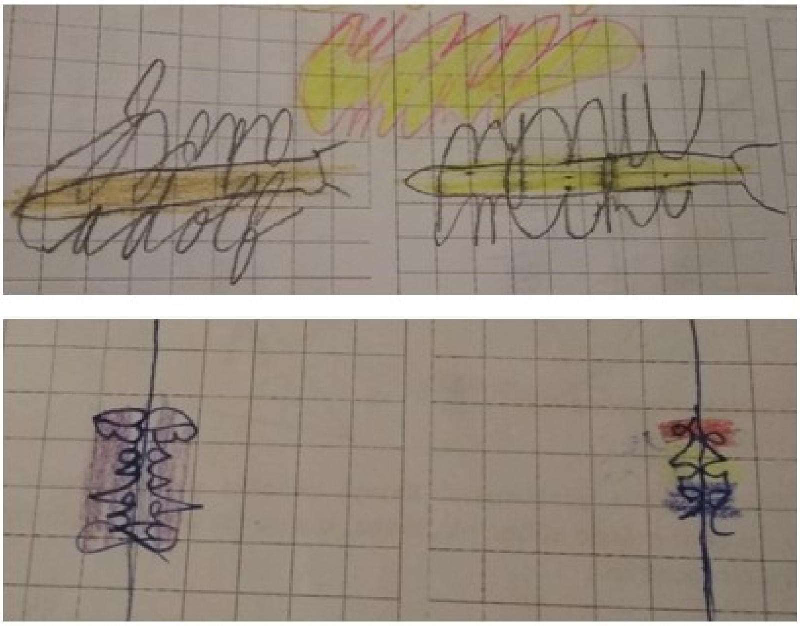
Obrázek 46: Otočený brouk Vzorobraz

Žáci nejprve zkoušeli kreslit podobné brouky, které viděli na tabuli, či náhodně vymýšleli své vlastní (viz obrázek č. 47). Uplynulo 30 minut, během kterých se snažili zjistit princip vzniku brouků. Nutno podotknout, že polovina třídy to vzdala po 5 minutách (tito žáci seděli v lavicích a i přes mé prosby, ať to ještě zkusí, neprojevovali o aktivitu zájem), jiní začali naříkat, že to je těžké a že to nikdy nepochopí. Díky vzniklé frustraci prohlašovali, že je aktivita nudná a že už chtějí, aby zazvonilo.



Obrázek 47: Ukázka náhodně vytvořeného brouka žákem 6. A

S asistentkou jsme se snažili žáky povzbudit. Radili jsme, ať si brouky vezmou do ruky, propůjčují si je, prohlíží z různých úhlů. Nikomu z žáků to nepomohlo. Nakonec jsem brouky vzala a otočila je na tabuli tak, že lezli „bokem“. Žákům jsem tak přímo „naservírovala“ pohled, kterým by na brouky měli správně hledět. Asistentka jim po chvíli poradila ještě více, když prohlásila, ať se nezaměřují na celého brouka. V tu chvíli za mnou přišel Adam s otázkou: „*Mám použít svoje jméno nebo to může být jakékoliv*?“ Tím spustil lavinu AHA efektu ve své skupině, které prozradil řešení. Zbylé skupinky se připojily o pár minut později. Žáci pak vytvářeli brouky ze svých jmen či přezdívek, ale někteří již vybarvení brouků nevěnovali pozornost, což se projevilo na estetické stránce jejich práce (viz obrázek č. 48).



Obrázek 48: Ukázka tvorby brouků Vzorobrazů žáky 6. A

Všechny skupinky začaly ve čtvrté hodině pracovat na pracovním listu č. 4. Jejich úkolem bylo nejprve odpovědět na 4 otázky týkající se osově souměrného obrázku motýla. Nejobtížnější bylo pro žáky hledání společné vlastnosti úseček AA´, BB´ aj. V obrázku byly pouze vyznačeny body, nikoliv celé úsečky, což žáky z počátku mátlo. Nejčastěji tvrdili, že úsečky mají stejnou vzdálenost. Žádná skupinka však body nespojila. Po mé žádosti, zda tedy nezkusí odpovědět nejdříve na čtvrtou otázku a k této se poté vrátit, již žáci rychle našli odpověď. Poslední otázka naváděla k měření vzdálenosti bodů od osy souměrnosti, což některým žákům napovědělo, že zadaná osa úsečky půlí, a tudíž jsou úsečky dle ní osově souměrné. Touto úlohou končilo prozatímní objevování vlastností osové souměrnosti a dále byly již pracovní listy zaměřeny konkrétně na rýsování obrazců v osové souměrnosti.

Žáci dále pokračovali druhou stranou pracovního listu č. 4. Problémem však byla nepřipravenost rýsovacích pomůcek u některých žáků. Byli nuceni se o pravítka a kružítka střídat, což zpomalovalo jejich postup.

Návod k sestrojení bodu v osové souměrnosti žáci bez problémů pochopili. Jediné, v čem žáci ze začátku chybovali, bylo správné sestrojení kolmic k ose souměrnosti. Po několika mých otázkách, zda opravdu postupují dle návodu, si uvědomili své chyby a pak již nebyl problém pokračovat v práci dále. Pouze jedna skupinka skončila u otázek k obrázku osově souměrného motýla, ostatní již rýsování na tomto pracovním listu dokončili.

Třída 6. C postupovala výrazně pomalejším tempem než 6. A. Bylo to zřejmě způsobeno větším počtem slabších žáků. Skupinky byly vytvořeny tak, aby se zde nacházel vždy jeden bystřejší žák, který skupinku potáhne. Obávala jsem se však, že tito žáci budou brzy frustrovaní tím, že nemohou postupovat dle svého obvyklého rychlého tempa a nebudou chtít více spolupracovat se slabšími žáky, ale ukázalo se to jako velký omyl. Žáci se nakonec ukázali jako aktivnější a i když se ve skupinách objevilo více těch, kteří odmítali spolupracovat na řešení jednotlivých úkolů, tito žáci je dokázali pro práci nadchnout a dát jim pocit, že dokážou některé úlohy vyřešit sami.

V průběhu blokové výuky neměli žáci této třídy problém s luštěním Johnova jména. Oproti předchozí třídě rychle překládali i křestní jméno Johna do českého jazyka. Matyáš P. při přeložení jména komentoval řešení: „*Honza Chytrý! Ahá! To je chytrý!*“.

Zajímavé bylo, že většina skupinek si text na pracovních listech četla společně – respektive vždy jeden z žáků předčítal a ostatní poslouchali. Takto se ve skupinkách střídali, což rozhodně mělo vliv na udržení pozornosti všech členů skupiny.

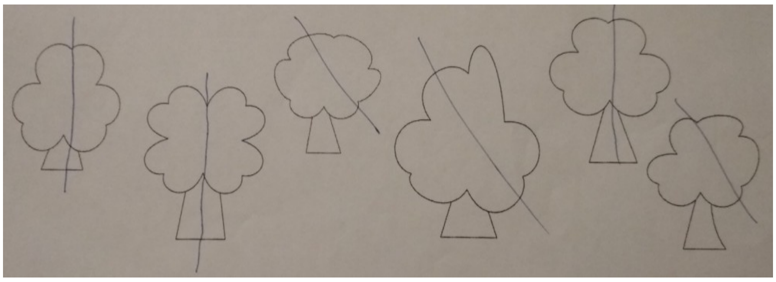
Při hledání osově souměrného obrázku a jeho vlastností žáci uváděli například důvody:

- *„Protože když by mezi nimi bylo zrcadlo - prostě jsou obě polovičky stejný.“ (Jirka)*
- *„Protože je to zrcadlově stejný.“ (Eliška)*

- *„Tahle čára ten obrázek půlí a ty dvě půlky jsou takový stejný.“ (Fanda)*

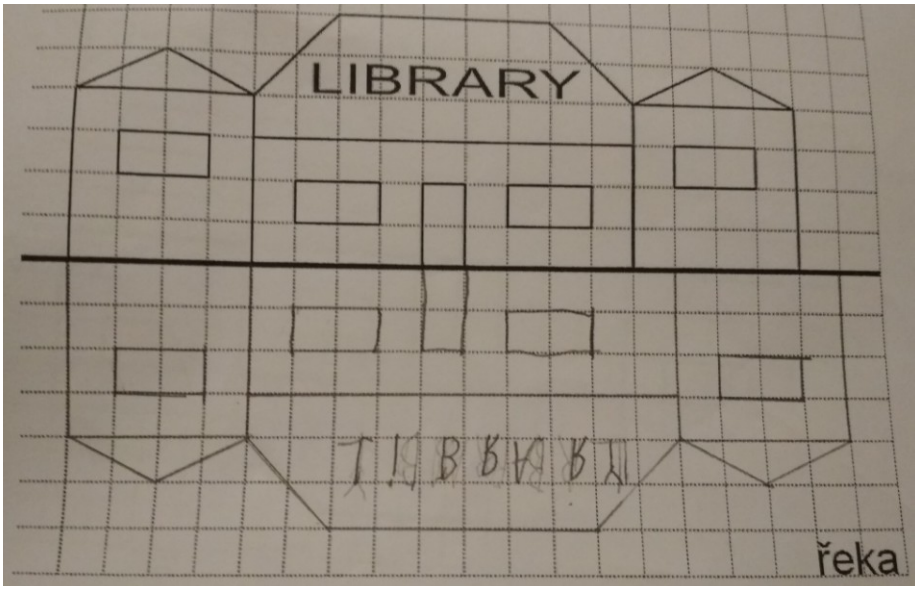
Další část pracovního listu činila žákům 6. C mírné obtíže. Měřit obdélníky a zjišťovat, které jsou shodné, bylo jednoduché, avšak překreslení obrázku ve čtvercové síti tak, aby byl shodný, už bylo pro žáky oříškem. Chybovali zde mnohem více než ve druhé třídě, i přesto, že na moji otázku „*Co znamená, že je něco shodné?*“ odpovídali bezchybně „*Stejné*.“. Největším problémem zde bylo překreslení obrázku slunce a jeho paprsků. Téměř všichni žáci byli nuceni později slunce vygumovat a překreslit správně. Aleš konstatoval: „ *To bude na dlouho, to mě nebaví*.“. Bylo znát již od první hodiny, že někteří žáci budou výuku narušovat svou pasivitou o poznání více než v 6. A.

Pracovní list č. 2 trval žákům také déle oproti předchozí třídě. Problémem zde bylo určování úhlů. Žáci se velice těžko rozpomínali. Naopak určování symetrických stromů v další úloze nečinilo žádný problém. Vašek například stromy komentoval: „*Tenhle je scvrklej, tenhle zas křivej – nemá stejný půlky, takže není souměrný.*“ Honza zase načrtnul u konkrétních stromů osy souměrnosti a špatné stromy škrtnul (viz obrázek č. 49).



Obrázek 49: Určování osově souměrných stromů žákem 6. C

Drobné potíže nastali i na druhé části pracovního listu č. 2 – v dokreslování osově souměrných obrazců ve čtvercové síti. Tak jako v 6. A žáci nedokreslovali přesně (tedy dle pravítka), nýbrž od ruky a velice ledabyle. Nápis LIBRARY jim také činil velké obtíže. Nápad použít mobil jako zrcadlo zde nenapadl nikoho. S paní asistentkou jsme proto začaly nosit sebou mezi lavicemi své mobily a schválně je vždy při rozhovoru pokládaly mezi žáky. Mezitím došlo k situaci, kdy si Natka chtěla odskočit na WC, což jsem jí povolila. Po jejím návratu její skupinka bezchybně přenesla nápis dle osy souměrnosti. Když jsem se ptala žáků, jak na to najednou tak rychle přišli, Natka odpověděla: „*Jak jsem byla na záchodě, tak tam máme ty zrcadla a na mým tričku to bylo vidět, tak jsem jim to* *řekla a Áďa měla zrcátko v tašce.“.* Natka měla při experimentální výuce na tričku nápis LIVE EVERY MOMENT, což ji přimělo k nápadu využití zrcadla. Ostatní skupinky samozřejmě viděly Natky skupinu jak využívá zrcátka, nechaly se inspirovat a použily mobily. I přesto stále ve velké míře chybovali (viz obrázek č. 50).



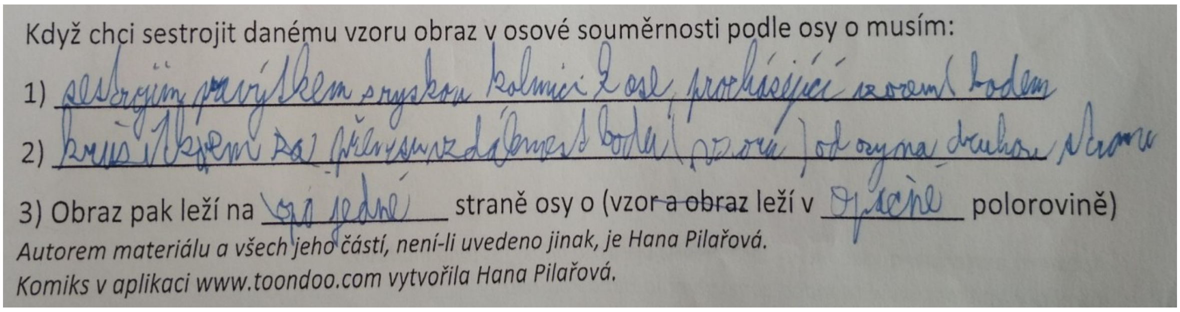
Obrázek 50: Ukázka chybného přenesení nápisu v osové souměrnosti žákem 6. C

Třetí pracovní list začali žáci 6. C vyplňovat o hodinu později než žáci 6. A, tedy na začátku 4. vyučovací hodiny. Samotná slovní úloha žáky opět zaměstnala časově déle. Měli sice k dispozici kalkulačky, opět je však nevyužili, neboť si na ně nevzpomněli. Ke správnému řešení však došly všechny skupinky.

I v této třídě se velkým problémem stalo pochopení vzniku brouků Vzorobrazů. Žáci brzy propadali frustraci, která je odrazovala od další práce. Oproti třídě 6. A, která se alespoň v malé míře snažila řešení nalézt, většina žáků 6. C řešení hledat vůbec nechtěla. Vyzkoušeli pár náhodných brouků, které neměli s principem zadaných brouků nic společného. Trvalo to dlouho dobu a spousta žáků raději řešila, kdy bude končit hodina. S asistentkou jsme se snažily žáky povzbudit, avšak ani to je nepřimělo ke zkoumání brouků Vzorobrazů. Nešťastné také bylo, že začalo zvonit, což ukončilo veškeré bádání žáků. Hledání principu brouků Vzorobrazů bylo tedy posunuto na další vyučovací hodinu.

2.5.3 Další průběh experimentální výuky (6. vyučovací hodina)

Třída 6. A zahájila další hodinu shrnutím na pracovním listu číslo 4, kde měly jednotlivé skupinky vysvětlit pojmy vzor, obraz, osa souměrnosti a poté doplnit slovní postup, jak narýsovat obraz bodu v osové souměrnosti. Správná formulace žákům činila obtíže. Pouze jedna skupinka měla správně vysvětleno rychleji než ostatní, a to díky Láďovi, který velmi rychle shrnul a zapsal své poznatky. Nutno podotknout, že jeho popis konstrukce bodu v osové souměrnosti je velice přesný (viz obrázek č. 51).


Když chci sestrojit danému vzoru obraz v osové souměrnosti podle osy o musím:

1) sestrojím pravítkem s ryskou kolmici k ose procházející vzorem (bodem

2) kružítkem si přenesu vzdálenost bodu (vzoru) od osy na druhou stranu

3) Obraz pak leží na ______ straně osy o (vzor ~~a obraz~~ leží v opačné polorovině)

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Hana Pilařová.
Komiks v aplikaci www.toondoo.com vytvořila Hana Pilařová.

Obrázek 51: Popis sestrojení bodu v osové souměrnosti žáka 6. A

Láďova skupinka během této hodiny stihla vypracovat celý pracovní list číslo 5 a začala pracovat i na pracovním listu číslo 6, konkrétně na přenášení obrázku pyramidy i Simmetriónova paláce.

Další skupinky postupovaly pomaleji, protože je zdržel slovní popis konstrukce, stihly však vypracovat pracovní list číslo 5 bez obtíží.

Poslední skupina, která minulou hodinu zaostávala, pomalu dokončila pracovní list číslo 4 a začala pracovat na dalším. Zajímavé bylo, že slovní popis konstrukce bodu v osové souměrnosti této skupině nečinil takové obtíže, jako ostatním skupinám. Jejich práce na pracovním listu číslo 5 nešla příliš rychle, zato však rýsování bylo pečlivé a úhledné oproti ostatním skupinám. Vysvětluji si to tím, že se jedná sice o skupinku slabších žáků (s výjimkou jedné chytré žákyně), kteří v hodinách matematiky obecně pracují pomaleji, avšak geometrie je jejich silnou stránkou, neboť se v ní nejedná o numerické počty jako v aritmetice, které jim obecně činí obtíže.

Aby se pracovní tempo všech skupin trochu srovnalo, požádala jsem poslední skupinu žáků, aby jako domácí úkol dokončili pracovní list, který mají rozpracovaný (tedy pracovní list číslo 5). Pepa dokonce tento úkol uvítal s poznámkou „*Aspoň na to budu mít doma* *větší klid.*“ Byla to první poznámka ohledně pracovního hluku ve třídě, kterou jsem během experimentální výuky zaznamenala. Jedná se však o žáka, který pro své soustředění v hodinách potřebuje nejlépe absolutní ticho, jinak velmi chybuje.

Třída 6. C pokračovala tuto vyučovací hodinu teprve v hledání principu zrodu brouků Vzorobrazů. Žákům jsme s paní asistentkou musely dávat spoustu nápověd, otáčet broučky, dokonce i broučky přeložit na dvě poloviny, což se nakonec ukázalo jako šťastné řešení. Žáci jedné skupiny si všimli, z čeho byli brouci vytvořeni a pak pro ně již nebyl problém vytvořit brouky vlastní. Někteří dokonce sami radili svým spolužákům z jiných skupinek, ať si papír s broukem přehnou a uvidí to lépe. Vzájemná spolupráce žáků napříč skupinám se projevila pouze v této třídě, nikoli v 6. A. Bádání s brouky však třídu 6. C výrazně zpomalilo.

Všechny skupinky začaly v této hodině pracovat na pracovním listu č. 4. Zde nenastal žádný výrazný problém v odpovídání na otázky týkající se osově souměrného obrazce.

Nastala ale zajímavá situace u Jirky, který se u odpovídání na otázky začal vztekat. Odmítal pracovat a prosil paní asistentku, zda by nemohl pracovat samostatně, že „*je ve skupince blbců a s nima už to dál prostě nejde*“. Jirka je výborný počtář, ale vysvětlování postupu práce či slovní popis čehokoli je pro něj vždy velmi obtížné. Nevidí smysl ve zdlouhavém rozepisování postupu, když ho může mnohem rychleji verbálně předat. Zasáhla zde však paní asistentka, která Jirku upozornila na to, že i v životě bude pracovat v kolektivu lidí a musí se s nimi naučit vycházet. Navíc podotkla, že když to neumí zapsat, může to někomu ze třídy vysvětlit a on to pak může zformulovat a pomoct to Jirkovi zapsat, protože každý má jiné silné stránky a je dobrý v něčem jiném. Jirka sice nebyl s odpovědí spokojený, nicméně se ho ihned ujala spolužačka Kája K., která pronesla: „*Já to nechápu, tak mi to vysvětli a já to pak nějak vymyslím.*“, čímž potvrdila slova paní asistentky.

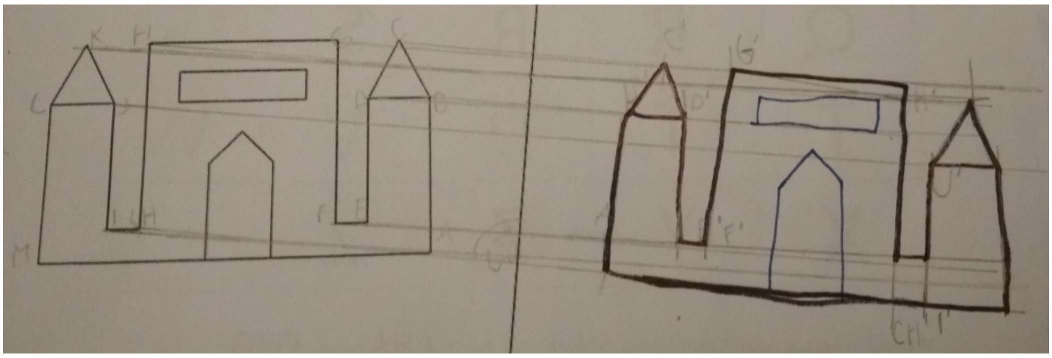
Dalším úkolem bylo pochopení návodu na přenášení bodu v osové souměrnosti, což se obešlo bez komplikací. Žáci však podobně jako v 6. A nebyli na hodinu řádně připravení a chybělo jim velké množství rýsovacích pomůcek. Byli nuceni se o pravítka a kružítka střídat, což zpomalovalo jejich postup, neboť ve skupinkách měli k dispozici maximálně tři pravítka či kružítka.

Na rozdíl od 6. A však neměli problém ve správném sestrojení kolmic k ose souměrnosti. Všechny skupinky začaly pracovat na druhé straně pracovního listu, pouze jedna z nich (Jirkova skupina) pracovní list stihla dokončit před koncem hodiny. Jirka však opět odmítal pracovat, ovšem jeho skupina na potřebné otázky odpověděla sama a donutila Jirku vše řádně zapsat i na jeho pracovní list.

2.5.4 Další průběh experimentální výuky (7. vyučovací hodina)

Další vyučovací hodinu začaly všechny skupinky pracovat na pracovním listě číslo 6 (výjimkou byla Láďova skupina, která již tento list měla z minulé hodiny rozpracovaný). Shodou okolností však Láďa nebyl ve škole, tudíž se rychlost práce této skupiny výrazně zpomalila. Žáci si nebyli jisti správným řešením a potřebovali se častěji ujišťovat u mne či u paní asistentky. Bylo tedy velmi zajímavé pozorovat, jakou důvěru vkládají do práce svého spolužáka, který v matematice obvykle vyniká.

Celkově všechny skupiny žáků neměly obtíže vypracovat další pracovní list – práce jim však šla pomalu. Projevila se zde velká nechuť žáků pokračovat v práci, protože se jednalo o zdlouhavé přenášení jednotlivých bodů v osové souměrnosti, což nepovažovali za zábavné. Vliv mohlo mít také umístění hodiny matematiky v rozvrhu dne žáků (5. vyučovací hodina). Žáci byli unavení, a jelikož se jednalo ten den o jejich poslední vyučovací hodinu, těšili se domů. Někteří se snažili svou práci urychlit tím, že přenesli pouze obrys paláce a zbytek již dokreslili ručně (viz obrázek č. 52). Část žáků si pro lepší přehlednost některé z bodů pojmenovala.



Obrázek 52: Nepřesné přenesení obrázku v osové souměrnosti žákem 6. A

Všechny skupiny pokračovaly i na druhé straně pracovního listu, kde je již nečekalo rýsování, ale rozpoznávání osově souměrných písmen. Žáci byli natolik rádi, že se nejedná o další rýsování, že se opět s nadšením pustili do práce. Problém nastal pouze u písmen S a Z, kde bylo potřeba s žáky diskutovat o důvodech jejich nesouměrnosti. Na konci hodiny některé skupinky ještě stihly vymýšlet osově souměrná slova. Nejdelším slovem, které v hodině žáci nalezli, bylo slovo „BOBEK“. Příliš mnoho času jim na hledání slov ovšem nezbylo.

V 6. C začala 7. vyučovací hodinu většina skupinek dokončovat pracovní list č. 4, což však netrvalo dlouho. Jirkova skupinka již pracovala na dalším pracovním listu, kde přenášela další obrazce v osové souměrnosti. Nutno podotknout, že třída pracovala mnohem pečlivěji při rýsování nežli 6. A. Když jsem se žáků dotázala, proč jim nejde práce rychleji, odpověděla mi Natka: „*Paní učitelko když ono by to pak nebylo hezký, kdybysme to rýsovali rychle. To by to šlo rovnou dělat od ruky a to by se Vám zas nelíbilo*.“. Musela jsem jí dát za pravdu.

Na konci pracovního listu měli žáci ohodnotit svou práci (jednalo se o menší sebereflexi). Ve třídě 6. A tomu žáci nevěnovali příliš pozornost a vyplnili si to sami dle svého uvážení, zde se to však ukázalo jako větší oříšek. Žáci se neustále hlásili a žádali mne či paní asistentku o ujištění, že si mohou dát tolik hvězdiček, kolik si zaslouží. Někteří byli natolik nerozhodní, že si nechtěli vybarvit nic a žádali mne, ať jim hodnocení vyplním, což jsem odmítla. I přes přesnou a rychlou práci v této hodině se ukázalo, že žáci nemají velké sebevědomí a nedokážou plně ohodnotit svoji práci.

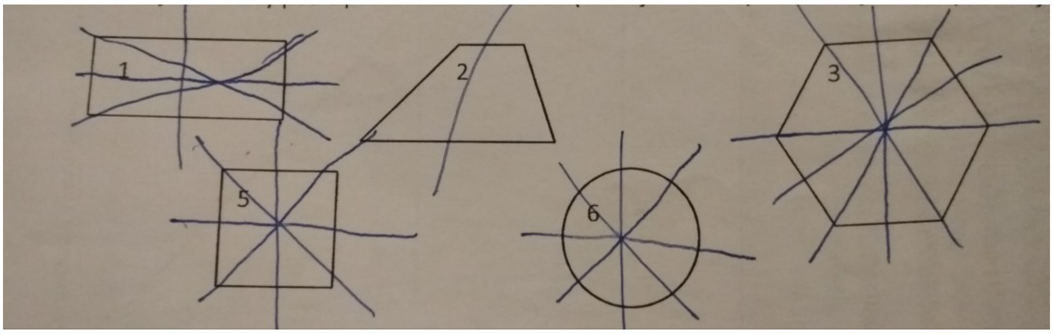
Jelikož nečinilo rýsování v osové souměrnosti žákům žádné obtíže, rozhodla jsem se jim pracovní list č. 7 dát jako domácí úkol, což u žáků nevyvolalo žádnou negativní odezvu, neboť jsou na domácí úkoly zvyklí. Jednalo se o dokončení druhé poloviny osově souměrného erbu vládce Simmetrióna.

2.5.5 Další průběh experimentální výuky (8. vyučovací hodina)

Další hodina ve třídě 6. A začala většina skupin pracovat na pracovním listě č. 7. Někteří žáci ještě potřebovali dokončit předchozí pracovní list, avšak to jim nezabralo více než 10 minut.

Za úkol měli zrestaurovat Simmetriónův erb. Žáci byli po víkendu odpočatí a práce jim šla rychle od ruky. Žádný z nich již nepociťoval potřebu si body pojmenovat. Úkol měly všechny skupiny správně splněný v relativně rychlém čase a tak se pustily do posledního pracovního listu (list č. 8).

Na první straně listu žáci četli nápis složený z osově souměrných písmen, což se ukázalo jako velice lehký úkol. Určování počtu os souměrnosti byl již pro žáky trochu oříšek. Problém jim činil obdélník, kde nesprávně vyznačovali 4 osy souměrnosti a šestiúhelník, kde často nenašli všech 6 os souměrnosti (viz obrázek č. 53). Část žáků také nepochopila, jakým způsobem čísla obrazců uspořádat, aby složila hledaný kód. Otevřít dveře správnou číselnou kombinací se podařilo pouze jedné skupině, ale nic dalšího již nestihli.



Obrázek 53: Špatné určení počtu os souměrnosti u některých obrazců žákyní 6. A

V 6. C začala další hodina kontrolou domácího úkolu – tedy dokreslení Simmetriónova osově souměrného erbu. S výjimkou 3 žáků měli všichni splněno a jejich práce byla opravdu pečlivá. Nikdo neměl potřebu si body pojmenovat. Některé žákyně si dokonce svůj výtvor vybarvily.

Po kontrole úkolu se skupinky pustily do pracovního listu č. 6. První stranu listu žáci neuvítali s nadšením, jelikož se jednalo opět o pro žáky zdlouhavé přenášení bodů v osové souměrnosti. Někteří se ptali, kolik pracovních listů ještě zbývá. Odpověděla jsem žákům, že pracovních listů je celkem 8, což ihned způsobilo větší pracovní nasazení žáků. Vypracování této strany pracovního listu žákům zabralo méně času než třídě 6. A.

Druhou stranu pracovního listu č. 6 začaly všechny skupiny vypracovávat v poslední třetině vyučovací hodiny. Zde rozpoznávaly osově souměrná písmena naší české abecedy. Oproti předchozí třídě však žákům činilo problémy zakreslovat osy souměrnosti. Často našli jednu osu souměrnosti, ale už je nenapadlo, že mohou písmena mít více os souměrnosti (například O, H, X aj.). Často také označovaly za souměrná písmena S, Z, ale i překvapivě písmeno N. Diskuzi o těchto písmenech jsme museli přenechat do další vyučovací hodiny.

2.5.6 Další průběh experimentální výuky (9. vyučovací hodina)

V poslední hodině experimentální výuky žáci 6. A dokončovali pracovní list č. 8. Celá poslední strana zabrala žákům cca 20 minut. Dvěma skupinám, které neměly z minulé hodiny dokončené cvičení na předchozí stránce, bylo potřeba poskytnout času více. Jelikož jsem nechtěla zadávat žákům post-test s časovým omezením, rozhodla jsem se jim dát volný prostor a nechat je vytvořit svůj vlastní erb s tím, že polovinu erbu zakreslí a druhou dorýsují dle osové souměrnosti. Jednalo se o stejný úkol, jako byl na pracovním listě číslo 7, což však žákům nevadilo. Na konci hodiny jsme si společně zkontrolovali pojmy, které se osové souměrnosti týkají s tím, že je další hodinu čeká post-test.

Třída 6. C začala poslední hodinu experimentální výuky skupinovou diskuzí o souměrnosti písmen S, Z a N. Některé skupinky měly brzy jasno, proč nejsou uvedená písmena osově souměrná a dokázaly to správně zdůvodnit. Skupina, ve které byla Adéla, zkoušela písmena zobrazovat v osové souměrnosti s žáky zvolenou osou souměrnosti, čímž využívali poznatků, které již o osové souměrnosti získali. Pozitivním na tomto přístupu bylo, že i slabší žáci na první pohled viděli, proč písmena nejsou osově souměrná a dokázali mi to později i zdůvodnit. Fanda například prohlásil, že „*ty písmena mají prostě jiný tvar na druhý straně osy, takže to nejde*“. Fanda také později použil slovní spojení „točit se kolem osy“, čímž si pomáhal při vysvětlování spolužákovi, proč písmeno S nemůže být souměrné podle svislé osy vedené středem písmene: „*Když se bude točit* *kolem té osy, tak na druhé straně bude něco, co tam to písmeno ještě nemá – prostě bys to tam musel dokreslit, což ale nemůžeš. Chápeš?*".

Nejdelší osově souměrné slovo žáci příliš dlouho nehledali. Oproti svým spolužákům z druhé třídy našli pouze třípísmenná slova jako BOK, HIC či BOB.

Další pracovní list žáci doslova prolétli. Přečtení nápisu složeného z osově souměrných písmen se ukázalo jako příliš jednoduchý úkol. U určování počtu os souměrnosti jednotlivých obrazců již nastaly obtíže - stejně jako v předchozí třídě činil problém obdélník, kde nesprávně vyznačovali 4 osy souměrnosti. Šestiúhelník však měli ve většině případů správně.

Obtíže však činilo také správné pochopení uspořádání číselného kódu. Žáci zde zaznamenávali čísla počtu os souměrností, nikoliv však číselného označení obrazců. Po mém několikátém odmítnutí kódu, však žákům došlo, kde nastala chyba a pak již nebyl problém sestavit správný číselný kód.

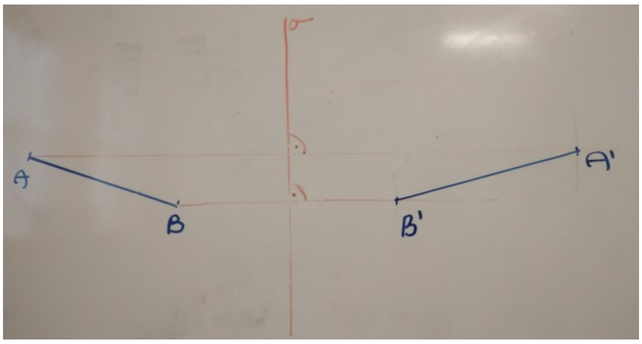
Poslední stranou pracovního listu č. 8 žáci vyplňovali již v rychlosti, neboť tušili, že se blíží konec hodiny. Pojmy jsme si společně stihli zkontrolovat, avšak přetáhli jsme díky tomu hodinu o 5 minut. Samotné sestrojení obrazu kosodélníka v osové souměrnosti již žáci dostali jako dobrovolný domácí úkol. O to víc mne překvapilo, že ho většina třídy měla druhý den vypracovaný. Dle mého názoru se zde projevila vnitřní motivace žáků probuzená při experimentální výuce. Žáci vypracovali domácí úkol z důvodu jeho atraktivity, nikoli povinnosti.

Žákům bylo připomenuto, že je další hodinu čeká post-test týkající se osové souměrnosti.

2.6 Průběh výuky ve třídě 6. B ZŠ Tyršova

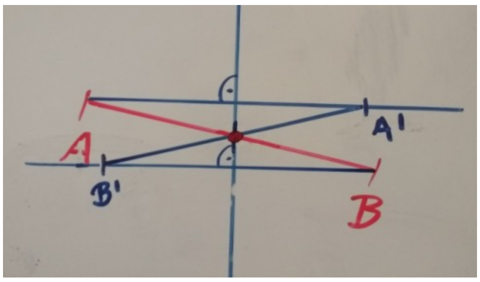
Výuka osové souměrnosti v 6. B probíhala celkem 5 vyučovacích hodin, většinou s pomocí pracovního sešitu od Slavomíra Kočího z nakladatelství TV Graphics.

V úvodní hodině bylo žákům sděleno, co je osová souměrnost a jak se definuje. Učitelka použila definici, že se jedná o „*zobrazení nějakého bodu podle osy, přičemž původní bod je od osy stejně vzdálený jako jeho obraz*". Žáci si větu do sešitu zapsali a ihned začali rýsovat. Společně s učitelkou, která vše předváděla na tabuli, se naučili nejprve sestrojit obraz bodu v osové souměrnosti. Po zopakování několika konstrukcí, kdy se střídala poloha osy souměrnosti[12], se jich učitelka zeptala, zda by dokázali sestrojit obraz úsečky v osové souměrnosti. Několik žáků se přihlásilo, že ano. Učitelka vyvolala Tadeáše, který pronesl: „*Vždyť je to jako zrcadlo. Prostě co je na jedné straně, půjde na druhou a naopak.*“ Za tuto větu byl pochválen a vyzván, aby vše předvedl na tabuli. Tadeáš byl trochu zmaten, protože mu paní učitelka nezadala konkrétní příklad, ale nechala ho, ať si zadání vymyslí sám. Přirozeně zvolil úsečku AB a osu souměrnosti, která ležela mimo ni (viz obrázek č. 54), jelikož z předchozích přenášení bodů měl zatím nejvíce zkušeností s danou polohou. Správně sestrojil obraz úsečky AB a pochválen šel pracovat opět do lavice.



Obrázek 54: Sestrojení obrazu úsečky v osové souměrnosti na tabuli žákem 6. B

Po Tadeášově řešení se přihlásila Ema s dotazem: „*A jak by to bylo, kdyby ta osa byla přes to?*“. Ema chtěla vědět, co se stane, když osa bude protínat úsečku. Paní učitelka pozvala Emu k tabuli, kde spolu názorně vše předvedly ostatním žákům třídy (viz obrázek č. 55). Na tomto příkladu pak učitelka označila červenou tečkou samodružný bod a žákům jej vysvětlila, jako „bod, který se zobrazí sám na sebe“. Nebylo však moudré používat barvu, kterou je zadána sama úsečka. Někteří žáci si označení samodružného bodu nevšimli.

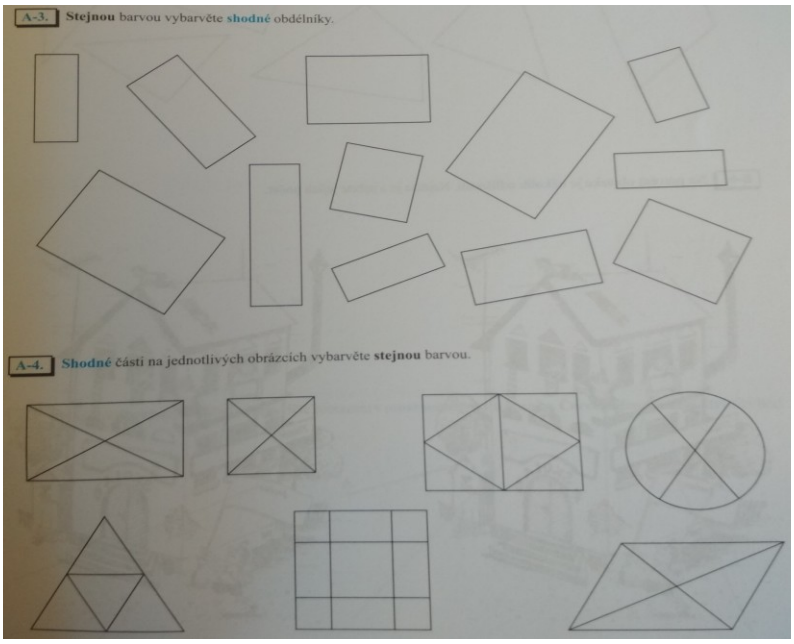


Obrázek 55: Sestrojení obrazu úsečky v osové souměrnosti na tabuli žákyní 6. B

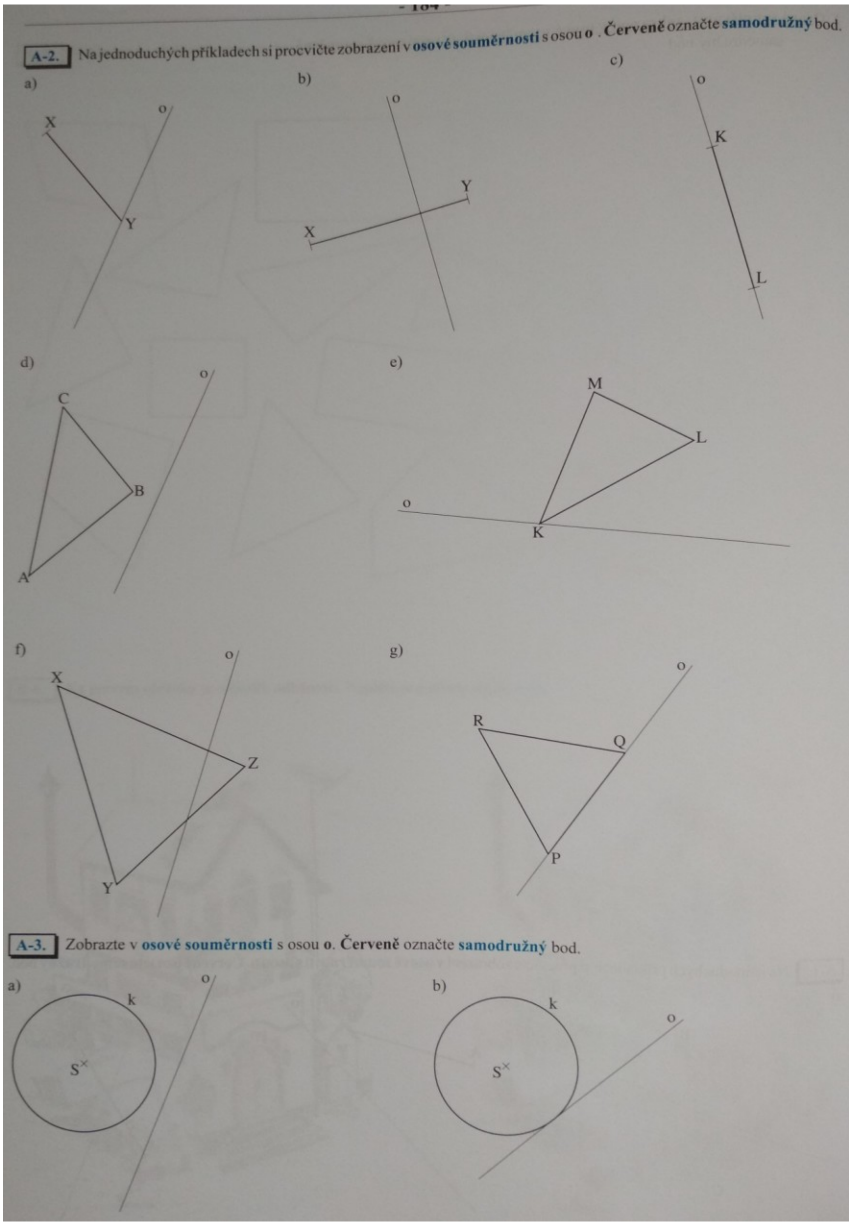
[12] Paní učitelka žákům měnila polohu osy souměrnosti, ale neuvedla příklad, kdy bod leží přímo na ose souměrnosti. Žáci v tuto chvíli ještě netušili o existenci samodružného bodu, ani o jeho vlastnosti.

Ve zbytku hodiny pak žáci v lavicích zkoušeli do sešitů spolužákovi vytvořit zadání a následně sami vyřešit zadání, které jim do sešitu zakreslil jiný spolužák. Bylo zajímavé, že žáci, kterým matematika jde lépe, tvořili kreativnější zadání, kdežto žáci s horšími výsledky již opakovali příklady, které se na tabuli objevili, pouze v jiné poloze. I to však nepovažuji za zbytečné, neboť učitelce šlo o procvičení práce s rýsovacími pomůckami a pochopení postupu konstrukce obrazu v osové souměrnosti.

Další hodiny na téma osové souměrnosti již probíhaly za pomoci úloh z pracovního sešitu uvedeného výše. Žáci řešili úlohy samostatně, přičemž jeden z nich vždy šel řešit úlohu na tabuli. Setkali se zde nejen s konstrukčními úlohami, ale i s úlohami, kde bylo třeba rozpoznat shodné útvary (viz obrázky č. 56 a 57). Nezaznamenala jsem větší obtíže žáků – úlohy je dle jejich slov i dokonce bavily.

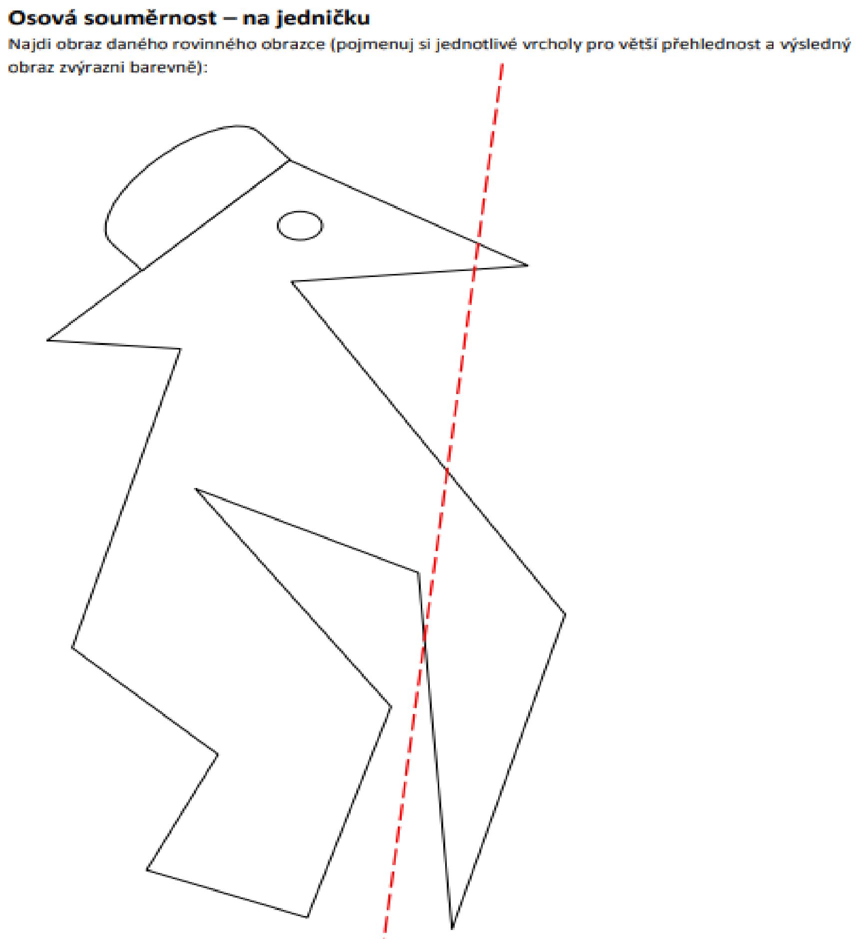


Obrázek 56: Ukázka úloh z pracovního sešitu Slavomíra Kočího pro 6. ročník



Obrázek 57: Ukázka úloh z pracovního sešitu Slavomíra Kočího pro 6. ročník

Celkově proběhla výuka osové souměrnosti v této třídě během 5 vyučovacích hodin. Po dokončení úloh z pracovního sešitu zadala paní učitelka žákům bonusový pracovní list na procvičení osové souměrnosti (viz obrázek č. 58). Žáci ho měli za domácí úkol a paní učitelka jim za správné vypracování nabídla ohodnocení známkou 1.



Obrázek 58: Bonusový pracovní list pro třídu 6. B

2.7 Průběh výuky ve třídě 6. D ZŠ Komenského

V 6. D byla výuka osové souměrnosti zahájena tím, že učitelka nakreslila na tabuli několik obrazců (čtverec, kruh, rovnostranný trojúhelník, obdélník a pěticípou hvězdu).[13] Zeptala se žáků, zda dokážou obrazce nějakým způsobem rozdělit na stejné části tím, že obrazec v určitém místě přeloží na polovinu a vytvoří tak dvě překrývající se shodné části. Dala jim 3 minuty, aby se nad tím zamysleli (mezitím zapsala do třídnice). Žáci se sice ihned v počátku hodiny nedozvěděli téma, kterým se zabývají, avšak tato motivační úloha je zaujala. Začali v lavicích diskutovat, někteří si dokonce začali z papíru vyrábět rychlé modely zadaných obrazců. Po uplynutí tří minut chtěla učitelka po žácích, aby šli na tabuli nakreslit do obrazců přímky, kterými označí hledané přehyby. Oznámila žákům, že hledanou přímku budou nazývat osou souměrnosti.

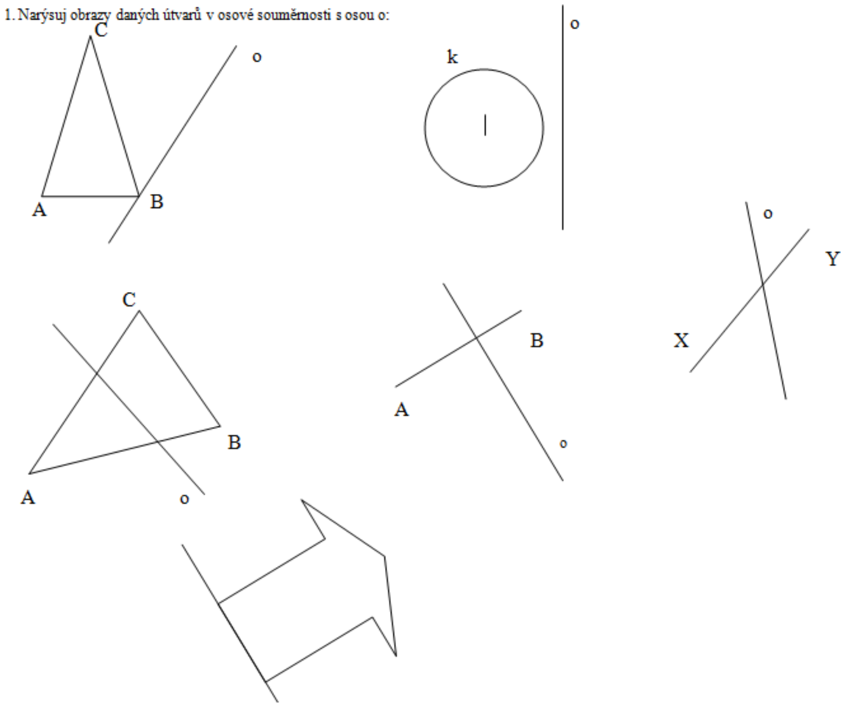
[13] Bohužel nemám k dispozici fotografie dokumentující činnost žáků či učitelky – paní učitelka si nepřála, abych pořizovala jakékoliv záznamy výuky s výjimkou svých ručně psaných poznámek.

Po této aktivitě následovala další - opět hledání os souměrnosti u písmen české abecedy. Žáci byli rozděleni do 4 skupin, ve kterých měli během 5 minut vypsat všechna písmena české abecedy (i s diakritikou) a určit, které z nich lze podle zadání rozdělit. Žákům činila problém písmena s čárkami. Ve dvou skupinách se našel žák, který toto písmeno z nabídky vyřadil, v ostatních skupinách však ne. Po uplynutí pěti minut (přesně odměřeného času) učitelka zastavila práci žáků i přes to, že vše rozhodně stihnout nemohli. Nakonec žáci dostali určitou skupinu písmen, která měl zástupce vybraný skupinkou rozdělit na tabuli před zbytkem třídy. Žáci nejčastěji chybovali u písmen Z a S, kde nastala výraznější diskuse, zda lze písmeno správně rozdělit. Učitelka zde musela upozornit žáky, že hledají dvě shodné překrývající se části obrazce. Pro lepší vizualizaci měla připravená obě problémová písmena a žákům jej půjčila, aby si mohli sami přepůlení vyzkoušet. Oceňuji připravenost učitelky, neboť očekávala problémy žáků a vizualizací jim ukázala, proč písmena nesplňují její zadání.

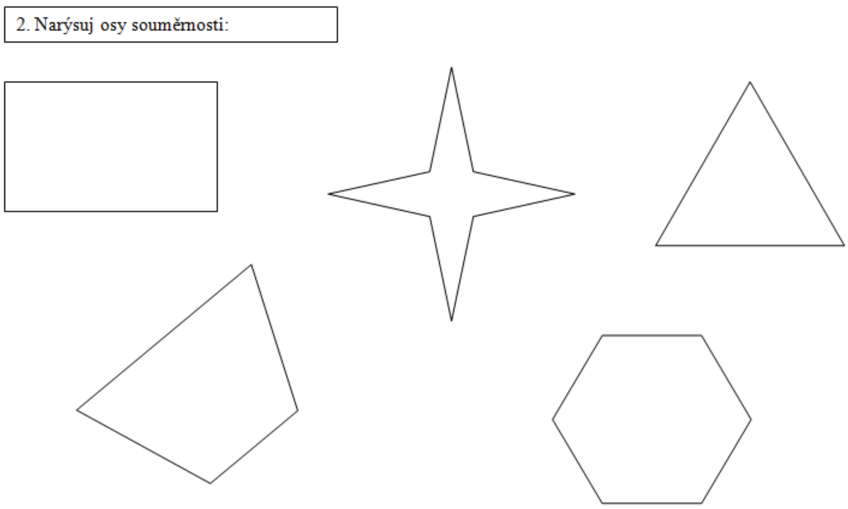
Následovalo zapsání definice osové souměrnosti do sešitu žáků („*Osová souměrnost je jako zrcadlo. Je to zobrazení, které zadaný obrazec zobrazí na druhou stranu osy souměrnosti, přičemž zachovává stejnou vzdálenost od osy souměrnosti. Každý bod X ležící na kolmici k ose souměrnosti se zobrazí do druhé poloroviny od osy souměrnosti, a to stejně daleko.*“) a zakreslila pár obrazců (čtverec, obdélník a kruh) a jejich osy souměrnosti. Bohužel, učitelka do své definice osové souměrnosti neuvedla případ, kdy bod X leží přímo na ose souměrnosti. Očekávala jsem, že to objasní další vyučovací hodinu, což se skutečně stalo. Za domácí úkol pak žáci dostali najít jeden předmět z jejich domácnosti, který je osově souměrný.

Druhou hodinu si učitelka nejprve od žáků vyslechla, jaké osově souměrné předměty žáci doma našli. Nejčastěji se jednalo o váleček, vidličku, lžíci, postel, deku, vanu, okno, dveře a spoustu dalších nápadů. Poté navázala na předchozí hodinu a dodala žákům definici samodružného bodu. Popsala jej následovně: „*Pokud existuje bod, který leží přímo na ose souměrnosti, zobrazí se sám na sebe. Říkáme mu samodružný bod. Nemůžeme ho nikam zobrazit, neboť má nulovou vzdálenost od osy souměrnosti.*“. Poté se s žáky pustila do rýsování bodu v osové souměrnosti, poté zobrazovali i úsečku, trojúhelník a další rovinné útvary.

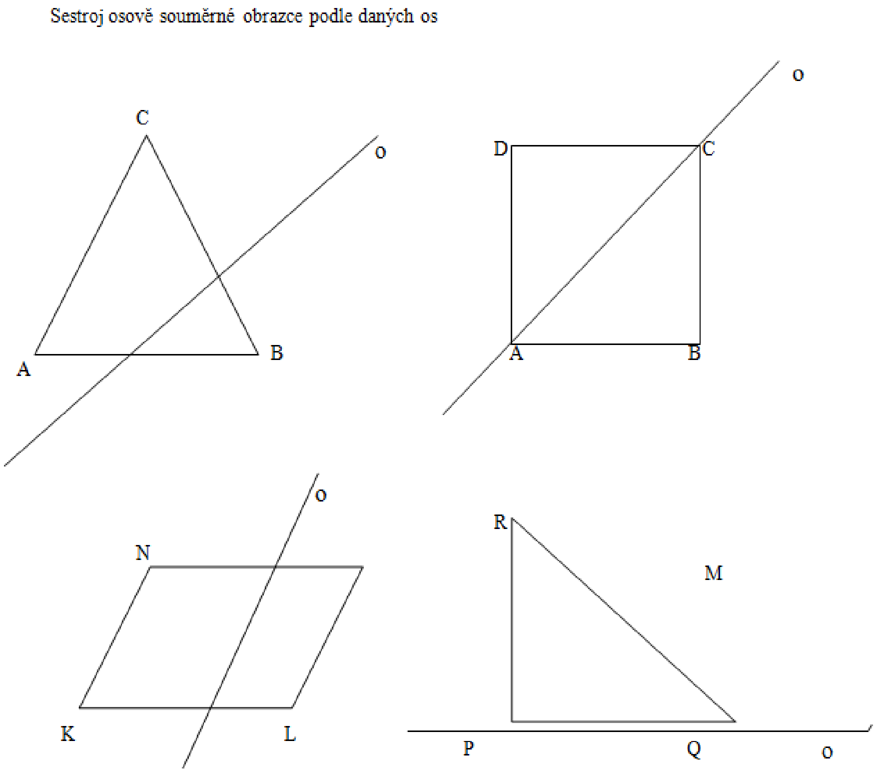
Další dvě vyučovací hodiny již učitelka žákům rozdala pracovní listy (viz obrázky č. 59, 60, 61 a 62). Žáci je vypracovávali ve dvojicích, navzájem se kontrolovali a v případě potřeby si vypomohli. Dle slov učitelky nedocházelo k větším komplikacím.



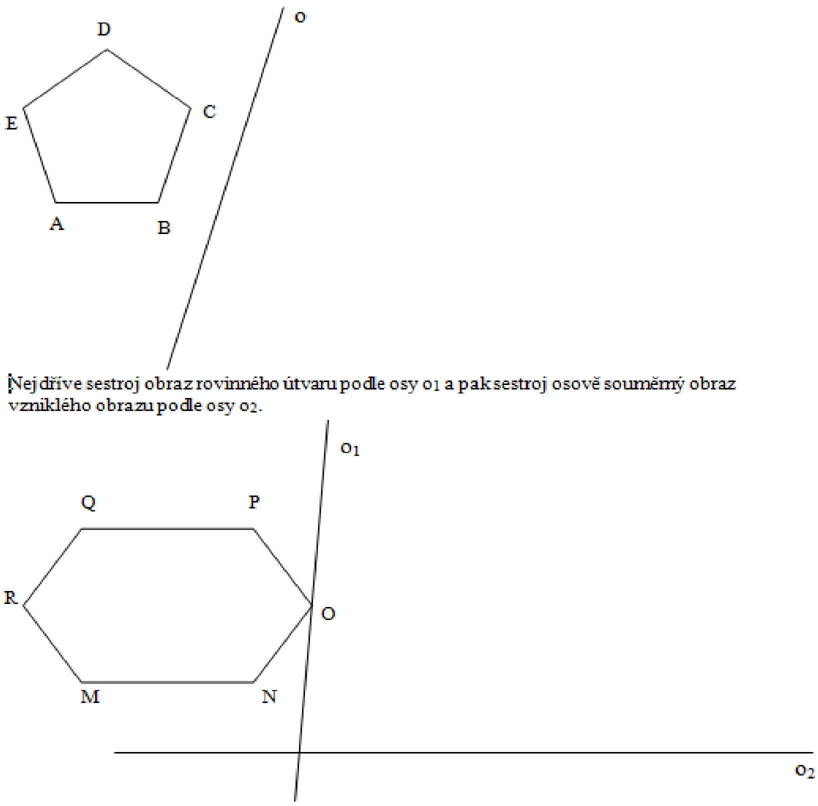
Obrázek 59: První část pracovního listu č. 1 pro třídu 6. D



Obrázek 60: Druhá část pracovního listu č. 1 pro třídu 6. D

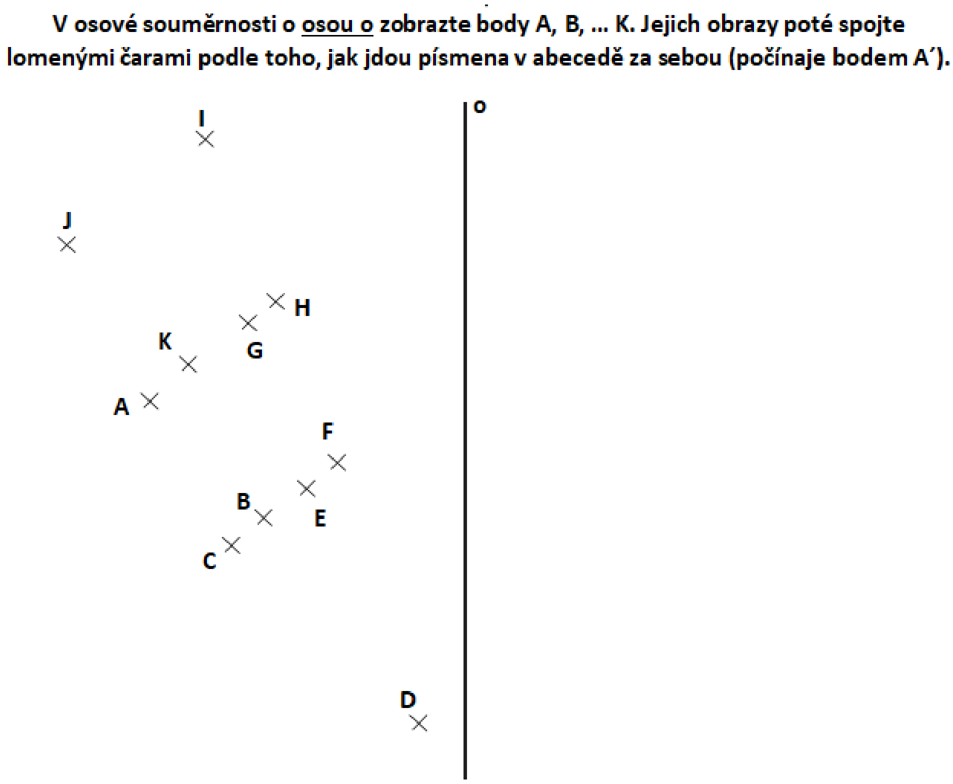


Obrázek 61: První část pracovního listu č. 2 pro třídu 6. D



Obrázek 62: Druhá část pracovního listu č. 2 pro třídu 6. D

Poslední hodinu věnovanou výuce osové souměrnosti (pátá hodina v pořadí) učitelka začala úlohou na rozpoznání osové souměrnosti u číslic od 0 do 9. Žáci měli za úkol dané číslice zakroužkovat a vyznačit jejich osy souměrnosti. Žáky, kteří byli rychlejší, vyzvala, aby zkusili najít co nejdelší osově souměrné slovo. Dva žáci našli OKO, další poté slovo TAHAT. Na poslední část hodiny připravila žákům pracovní list, ve kterém měli přenést nejprve jednotlivé body v osové souměrnosti a následně je spojit dle abecedy (viz obrázek č. 63). Žákům pak vyšel obrázek blesku.



Obrázek 63: Pracovní list na procvičení osové souměrnosti pro třídu 6. D

2.8 Post-test

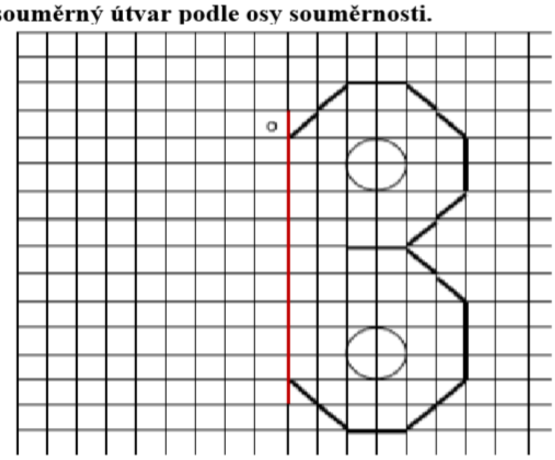
Post-test byl zadán žákům všech tříd bezprostředně po dokončení poslední hodiny s tématem osové souměrnosti. Každý žák jej vypracovával samostatně a to v časovém limitu 30 minut pouze s psacími a rýsovacími pomůckami. Většina žáků ve všech třídách však post-test odevzdávala po cca 20 minutách. Během vypracování neměli žáci žádné otázky. Post-testu se účastnil stejný počet žáků jako pre-testu.

Post-test byl sestrojen tak, aby obsahoval všechny typy úloh, které žáci řešili v hodinách, tedy jak úlohy zaměřené pouze na dokreslování či rýsování v osové souměrnosti, tak i úlohy týkající se hledání os souměrnosti u obrazců či písmen. Výjimkou byla poslední úloha post-testu, která se již zaměřovala na aplikaci osové souměrnosti, kterou využívá hra kulečník. Tato úloha byla pro žáky neznámá a byla zařazena jako bonusová. Očekávala jsem, že bude žákům činit obtíže, což se nakonec i potvrdilo.

Post-test byl vyhodnocen z několika hledisek. Porovnávány byly výsledky zkoumaných tříd v jednotlivých úlohách, celková úspěšnost jednotlivých tříd i jednotlivé obtíže žáků v konkrétních úlohách. Očekávala jsem, že žáci 6. A a 6. C, kteří prošli experimentální výukou, budou dosahovat výrazně lepších výsledků než zbylé dvě třídy.

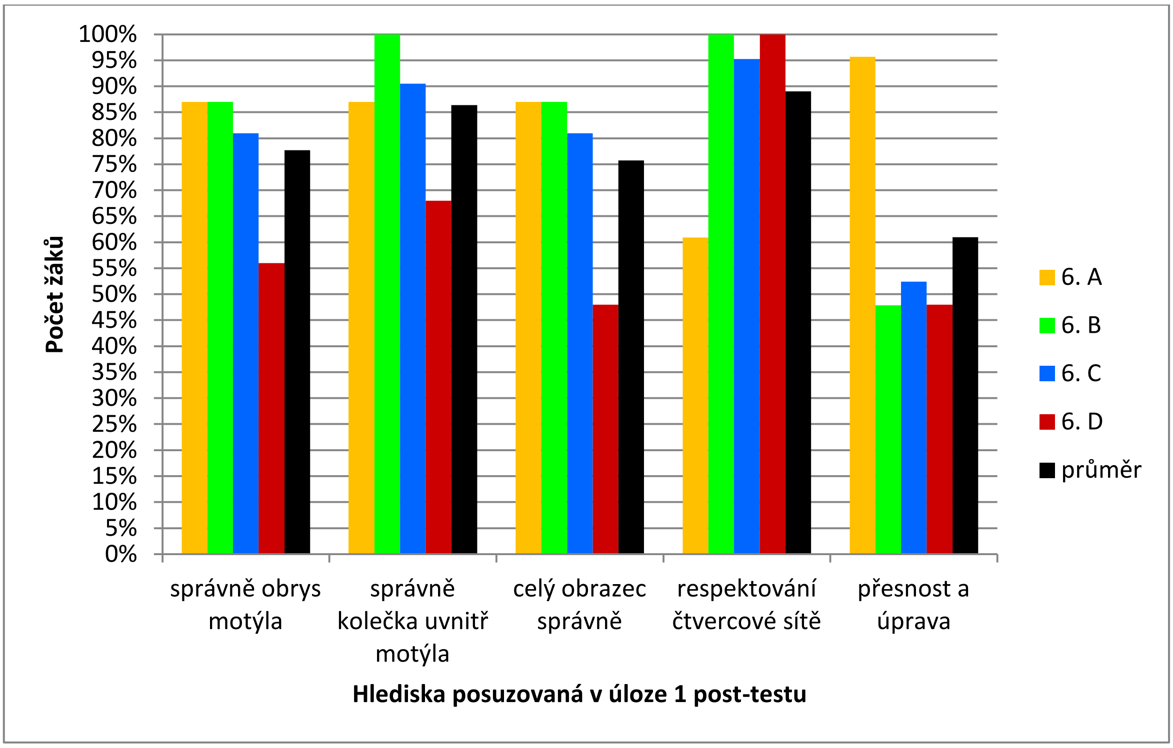
2.8.1 Úloha 1 – dokreslení obrazce v osové souměrnosti

1) **Dokresli osově souměrný útvar podle osy souměrnosti.**



Obrázek 64: Zadání úlohy 1 post -testu

První úloha byla do post-testu zařazena z několika důvodů. Nejenže se jedná o motivační úlohu, která sloužila mimo jiné k zaujmutí žáků, ale ověřuje také to, zda žáci pochopili princip osové souměrnosti. Obrázek motýla byl záměrně umístěn do čtverečkové sítě, aby bylo pro žáky snazší dokreslit jeho druhou polovinu. Také jsem záměrně označila osu souměrnosti jinou barvou, než zbytek obrázku pro lepší orientaci žáků v síti.

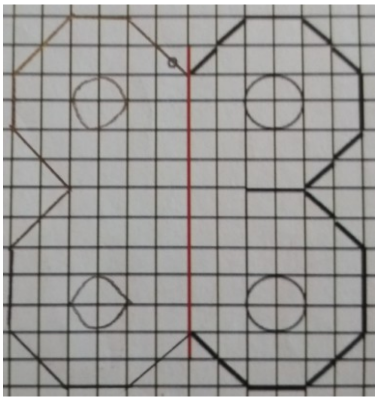


Graf 19: Úspěšnost řešení úlohy 1 post-testu

Úloha se ukázala jako obtížná pro žáky 6. D. Pouze 56 % žáků správně zakreslilo obrys motýla a 68 % žáků správně zaznamenalo kolečka uvnitř křídel. Přisuzuji výsledky tomu, že žáci této třídy příliš se čtvercovou sítí nepracovali při procvičování dané látky. Je ale překvapující, že i když se jim nepodařilo správně zaznamenat daný obrázek, tak při všech pokusech respektovali čtvercovou síť – tedy snažili se obrazec zakreslovat jednotlivé čáry po hranách čtverců. Stoprocentní úspěšnost v tomto kritériu měla i třída 6. B.

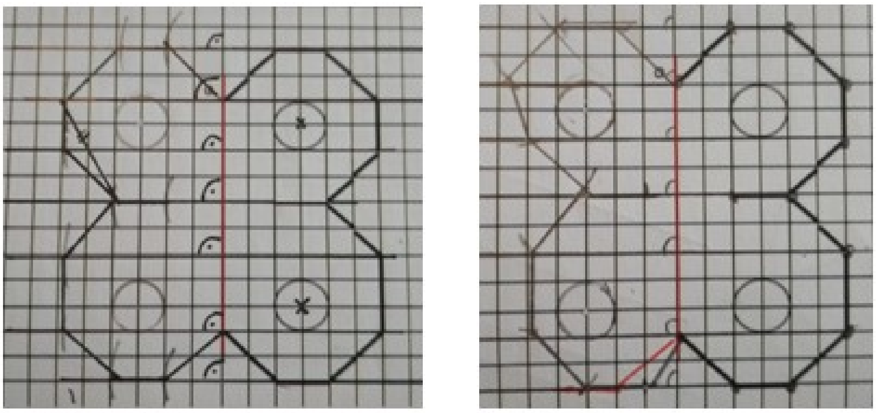
Naopak třída 6. A, která jako nejméně ze všech testovaných tříd respektovala čtvercovou síť, podala nadprůměrné výsledky v zakreslení celého obrázku (87 %) a překvapivě vynikla svou přesností a úpravou. Obrázky žáků této třídy jsou pečlivě narýsované a přesné.

Nejčastějšími chybou žáků v této úloze bylo nedokreslení prostřední „čáry“ obrysu motýla (viz obrázek č. 65). Bylo spekulativní, zda vůbec toto za chybu brát, neboť čára sice není příliš výrazná, ale i přesto je součástí obrázku. Nakonec jsem to za chybu považovala.



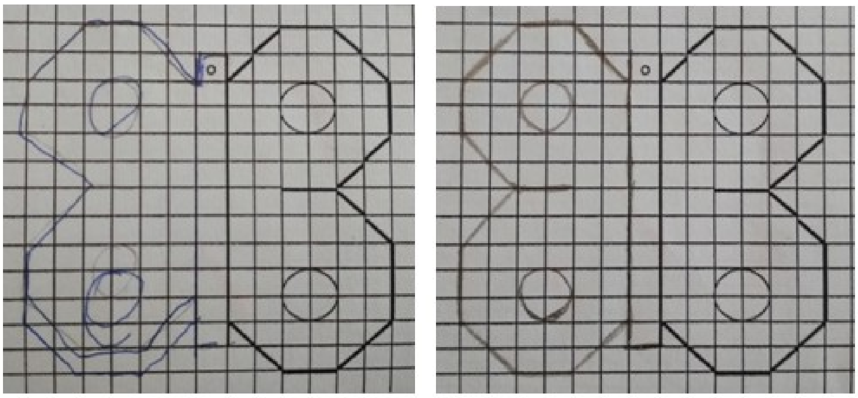
Obrázek 65: Chybné řešení úlohy 1 v post-testu žáka 6. A

V 6. C se pak objevilo řešení dvou žáků, Adama a Natky (oba jedničkáři), kteří naprosto ignorovali čtvercovou síť a dané útvary rýsovali podle osy, vzdálenosti pak přenášeli kružítkem, jako kdyby tam žádná síť zakreslená nebyla (viz obrázek č. 66). Na moji otázku při odevzdání práce proč nevyužili vlastnost čtvercové sítě, když byl obrázek zakreslený v ní, Adam odpověděl, že se mu síť zdála nepřesná. Natka zase uvedla, že „radši rýsovala, aby to neměla pak špatně“. Natka si také navíc označila křížkem oba středy kružnic, které pak přenášela.



Obrázek 66: Chybné řešení úlohy 1 post-testu žáků 6. C

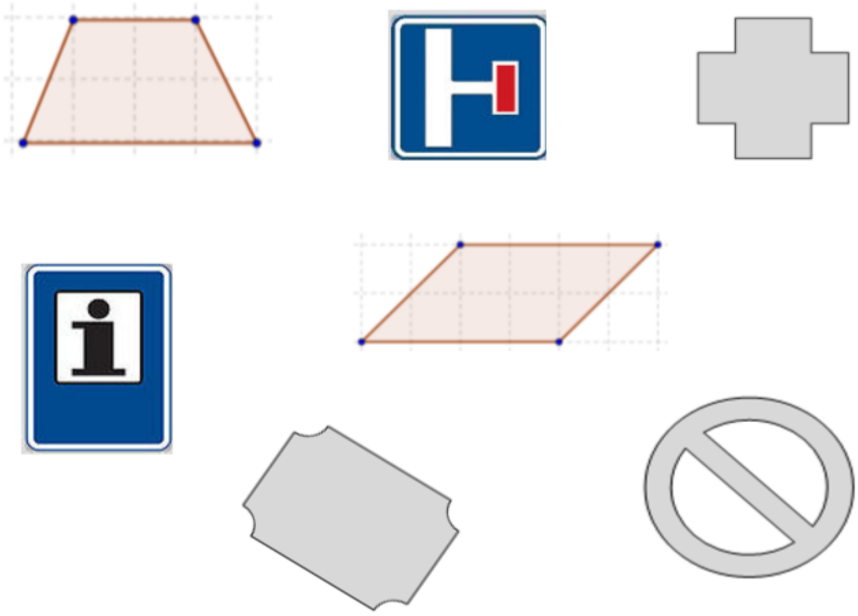
Až později jsem zjistila, že paní učitelka 6. D vytiskla žákům post-testy černobíle. Žáci tak měli ztížené podmínky pro řešení první úlohy, neboť neměli označenou osu souměrnosti červeně. Zřejmě z toho důvodu pak docházelo k nepochopení úlohy, resp. polohy osy souměrnosti a někteří žáci považovali písmeno o (označení osy) jako tykadlo motýla. Dokreslovali pak tedy i jeho tělo (viz obrázek č. 67). Paní učitelka uvedla, že toto řešení brala jako správné, neboť chyba podle ní nastala v zadání úlohy – čtvercovou síť považovala za příliš tučně zvýrazněnou. V hodnocení post-testu je však bráno dané řešení jako chybné, což mohlo také způsobit nižší úspěšnost žáků v této úloze oproti zbylým třídám.



Obrázek 67: Chybné řešení úlohy 1 post-testu žáků 6. D

2.8.2 Úloha 2 – hledání os souměrnosti konkrétních obrazců

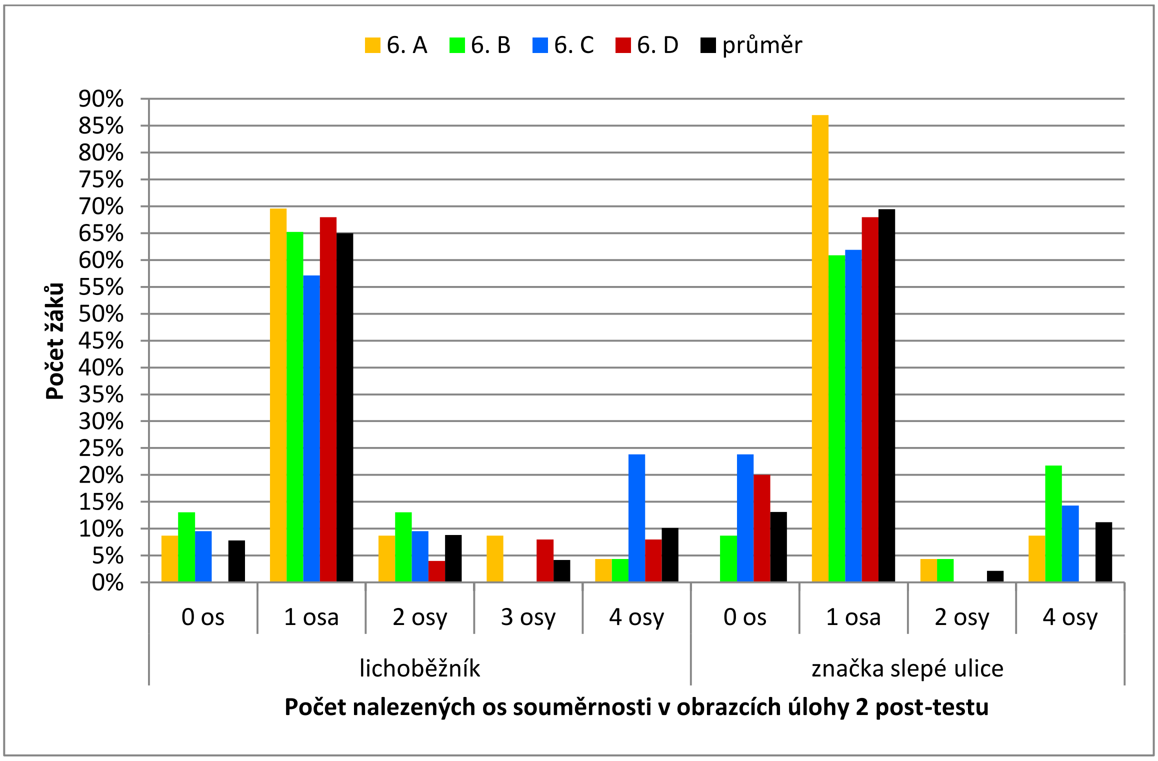
2) Kolik mají následující útvary os souměrnosti? Vyznač je a napiš jejich počet.



Obrázek 68: Zadání úlohy 2 post-testu

Druhá úloha post-testu byla zaměřena na rozpoznávání počtu os souměrností v různých obrazcích. Zařadila jsem zde nejen geometrické rovinné útvary, ale i dopravní značky, se kterými mají žáci zkušenosti z běžného života. Obrazce byly vybrány tak, aby zde byl zastoupen různý počet os souměrnosti. Lichoběžník a rovnoběžník byly zasazeny do čtvercové sítě, což mělo žákům opět pomoci - především u lichoběžníku, který je nepravidelný, čehož si lze ve čtvercové síti při pečlivém pozorování snadněji všimnout. Očekávala jsem, že tyto dva útvary budou žákům činit velké obtíže, neboť nemají žádnou osu souměrnosti. Rovnoběžník navíc často žákům připomíná obdélník, který má dokonce 4 osy souměrnosti.

V grafech č. 20, 21, 22 a 23 můžeme vidět počty os souměrnosti, které žáci uvedli u jednotlivých obrazců.[14]

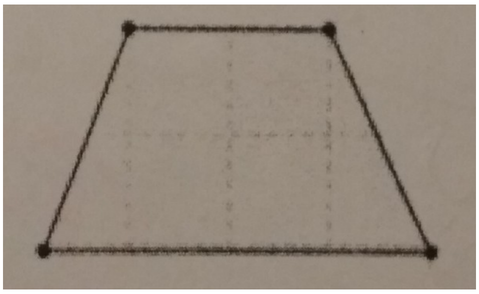


Graf 20: Přehled odpovědí žáků z úlohy 2 post-testu (1. část)

U prvního obrazce, lichoběžníka, nejvíce chybovali žáci třídy 6. D, kde ani jeden z žáků neuvedl správnou odpověď – tedy že zadaný lichoběžník nemá žádnou osu souměrnosti. Zde byly ale odpovědi zkreslené. Žáci této třídy měli špatně nakopírovaný post-test, jak už jsem uváděla u předchozí úlohy. V důsledku toho nebyla v jejich verzi vidět čtvercová síť, která byla záměrně umístěná na pozadí obrazce (viz obr. č. 68). Žáci tedy viděli lichoběžník jako rovnoramenný, i přesto, že to mu tak není. Jejich učitelka uvedla, že si při vypracování testu nevšimla, že by některý z žáků používal v této úloze pravítko a měřil

[14] Odpovědi žáků jsou rozděleny do několika grafů pro lepší přehlednost.

si strany lichoběžníka. Většina žáků zkrátka usoudila, že se jedná o pravidelný rovnoramenný lichoběžník, což mohlo být důsledek procvičování z hodin, kde se setkali pouze s rovnoramenným lichoběžníkem.

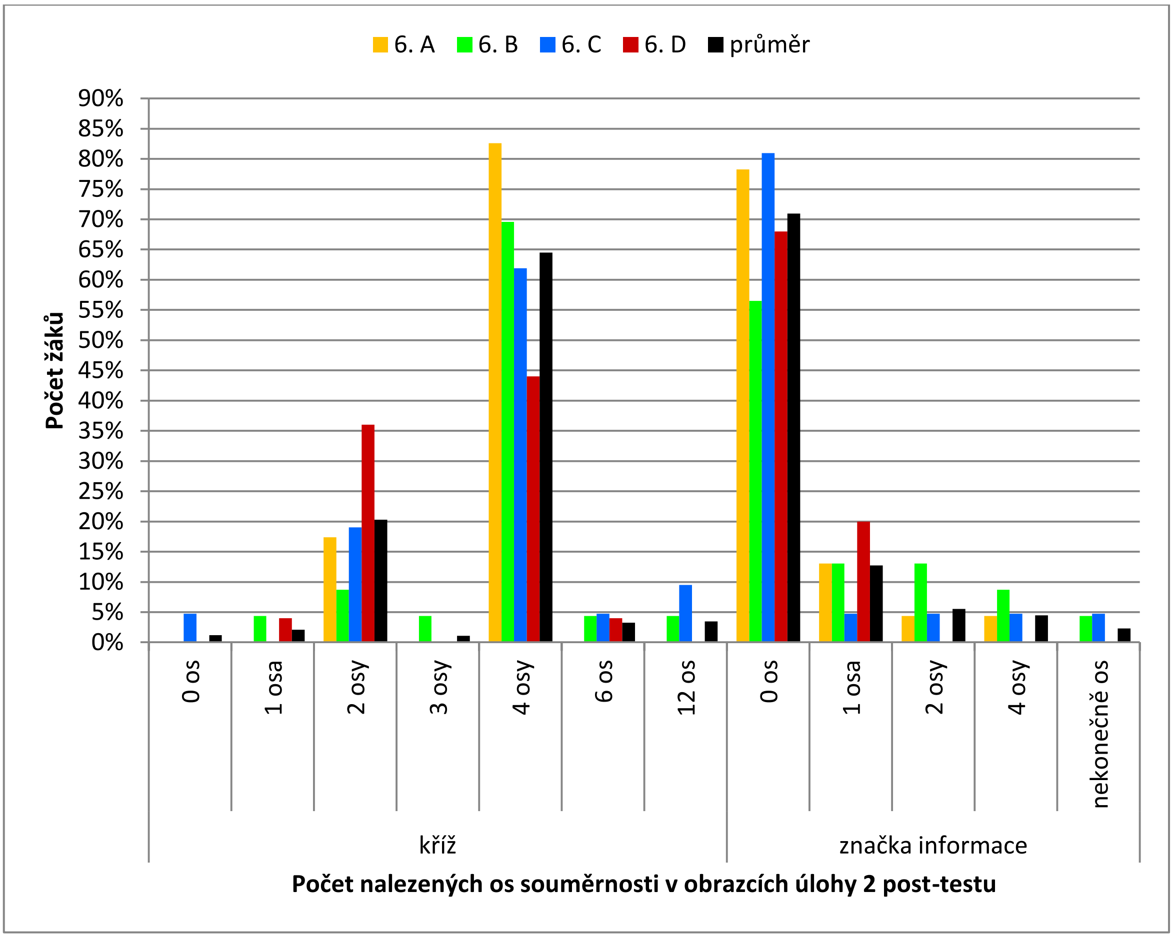


Obrázek 69: Špatně nakopírovaný post-test (bez čtvercové sítě u lichoběžníka)

Žáci zbylých tříd však měli post-test nakopírovaný správně spolu se čtvercovou sítí jako podkladem u tohoto obrazce, přesto však ve velké míře chybovali také (ve třídách 6. A i 6. B). V 6. D dokonce tvrdilo celkem 24 % žáků, že lichoběžník má 4 osy souměrnosti.

Druhým obrazcem byla značka slepé ulice, u které naopak většina žáků ze všech tříd určila správný počet os souměrnosti, tedy jednu. Tento obrazec je dle mého názoru žákům bližší z praxe, než předchozí lichoběžník. To se potvrdilo ve třídě 6. A, kde jsem zaznamenala vysokou úspěšnost - celkem 87 % žáků našlo správně jednu osu souměrnosti. V 6. C se však našlo 24 % žáků, kteří nenašli žádnou osu souměrnosti a ve třídě 6. D naopak našlo 22 % žáků dokonce 4 osy souměrnosti této značky. Tito žáci zřejmě doposud správně nepochopili princip osové souměrnosti.

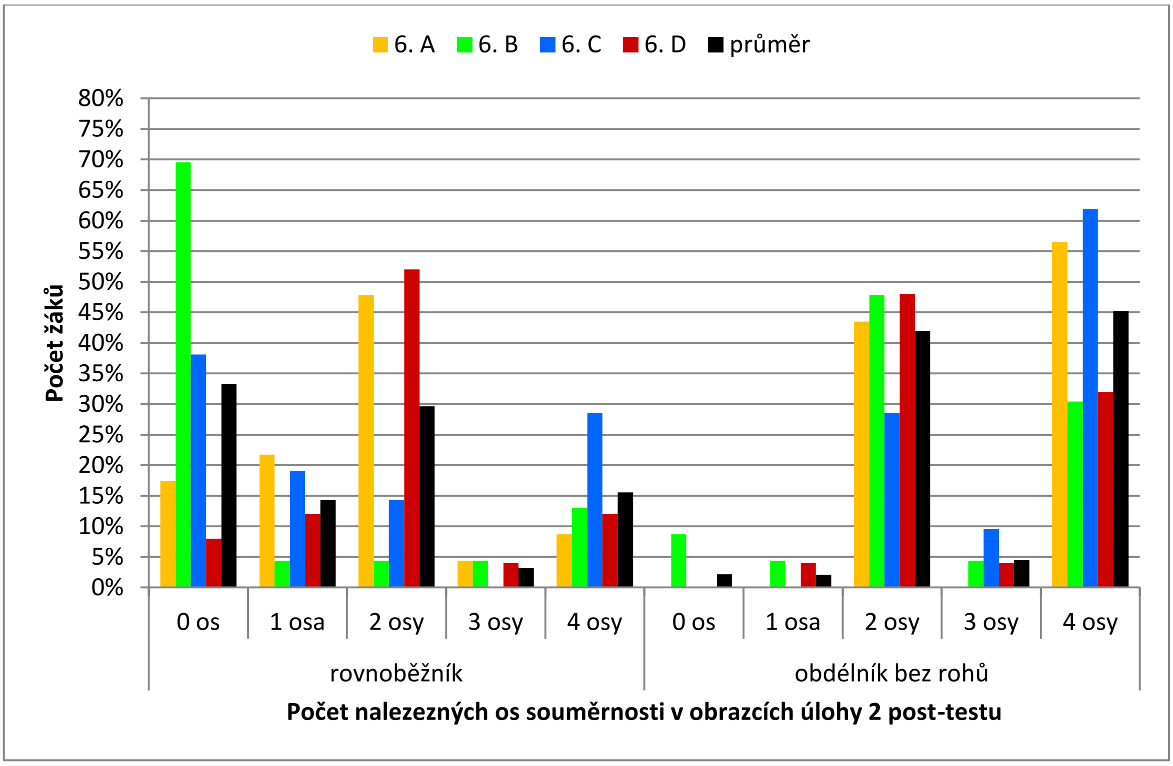
Další graf (graf č. 21) ukazuje výsledky hledání os souměrnosti u dalších dvou obrazců – kříže a dopravní značky Informace. U kříže se odpovědi žáků různily. Část z nich našla pouze dvě osy souměrnosti, i přesto, že zadaný kříž měl osy celkem 4 (ve třídě 6. D to bylo nejvíce žáků – 36 %). Důvodem mohla být nepozornost žáků či spokojenost s nalezením alespoň dvou os a tedy pro žáky dostačujícím řešením. Ve třídách 6. B a 6. C dokonce někteří žáci našli 12 os souměrností. Bohužel je však nevyznačili. Nejlepších výsledků u obrazce kříže dosáhla opět 6. A se svým správným určením os v počtu 83 % ze všech žáků.



Graf 21: Přehled odpovědí žáků z úlohy 2 post-testu (2. část)

U dopravní značky Informace jsem očekávala jasné správné výsledky. Žáci však překvapili a kromě očekávané správně odpovědi (že daný obrázek nemá žádnou osu souměrnosti), vymysleli i možnost například nekonečně mnoho os souměrnosti. Překvapivě se tato odpověď objevila ve dvou třídách – v 6. B (4 % žáků) i 6. C (5 % žáků). V 6. D našla pětina žáků (20 %) pouze jednu osu souměrnosti.

Dalším obrazcem byl záludný geometrický tvar – rovnoběžník (viz graf č. 22). Jak jsem již uvedla dříve, zde jsem očekávala nejvíce chybných odpovědí. Rovnoběžník si žáci často pletou s obdélníkem, který je osově souměrný, zatímco rovnoběžník není. Pro žáky je to však matoucí a často tak chybují. To se potvrdilo i tomto post-testu, kromě třídy 6. B, jejíž výsledky se značně lišily od ostatních testovaných tříd (70 % žáků zde odpovědělo správně). Ve třídách 6. A a 6. C našlo více jak 45 % žáků neexistující 2 osy souměrnosti rovnoběžníka, zatímco ve třídě 6. C tvrdilo celkem 29 % žáků, že má rovnoběžník 4 osy souměrnosti, což je častá chyba i při hledání os souměrností samotného obdélníka.



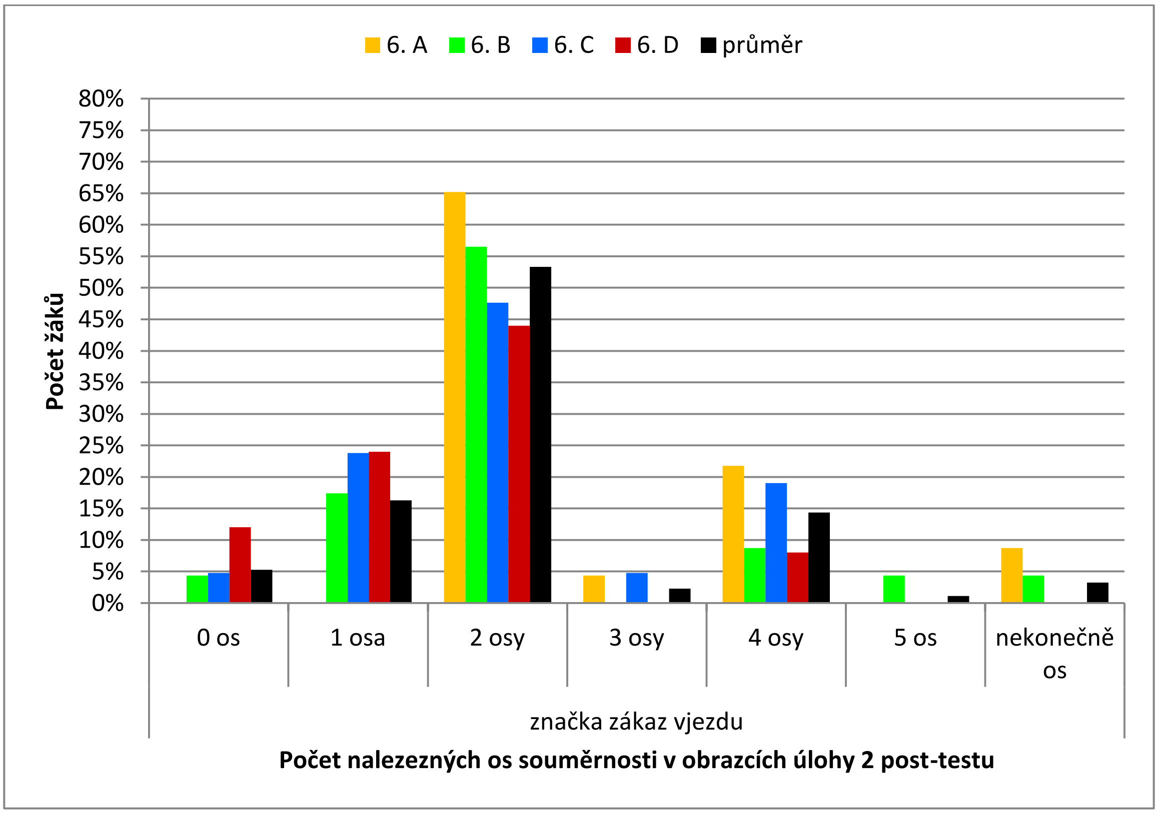
Graf 22: Přehled odpovědí žáků z úlohy 2 post-testu (3. část)

Graf č. 22 nám také ukazuje další hledání os souměrnosti u dalšího obrazce, „obdélníka bez rohů“. Jedná se o obdélník, avšak z každého rohu je ubraná stejná čtvrtkružnice o zadaném poloměru. Tento útvar má i přesto 2 osy souměrnosti, tedy stejně jako samotný obdélník.

Žáci však ve velké míře chybovali i zde. 62 % žáků třídy 6. C odpovědělo, že má tento obrazec 4 osy souměrnosti, stejně tak i 57 % žáků 6. A. Lepších výsledků pak dosáhly třídy 6. B a 6. D, kde téměř polovina žáků (48 %) našla správné řešení – tedy dvě osy souměrnosti.

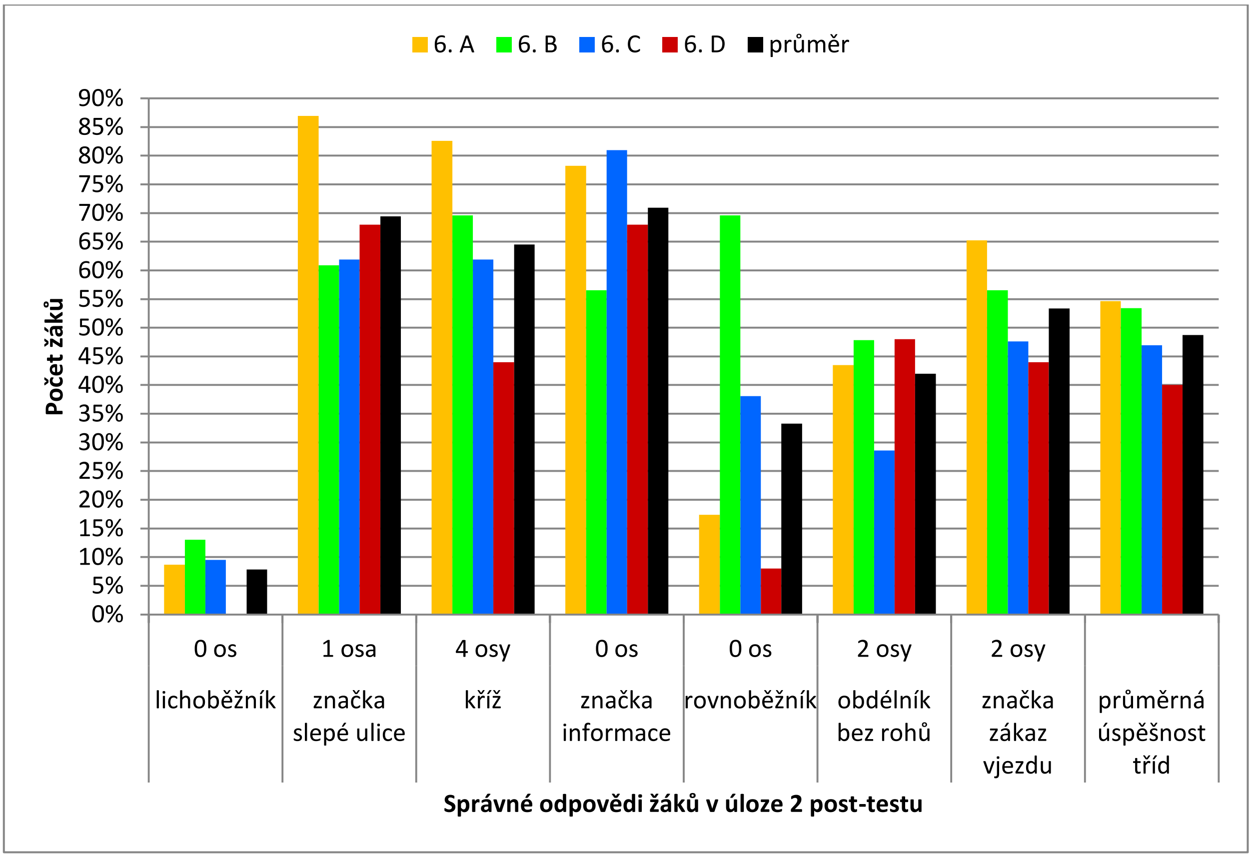
Při hledání os souměrností v tomto obrazci a v předchozím rovnoběžníku se podle slov učitelky 6. B objevovaly komentáře žáků typu *„Ježíš to je hrozný paní učitelko, tyhle předposlední obrázky…“*, *„Paní učitelko, můžu ten divný obdélník vynechat?“* a další. Paní učitelka však žákům odpověděla, že to zvládnou a tak se i přesto pokusili řešení nalézt.

Posledním zkoumaným obrázkem byla dopravní značka Zákaz vjezdu (viz graf č. 23). I zde se odpovědi žáků lišily. Někteří z nich našli v tomto obrázku nekonečně mnoho os souměrnosti (například 9 % žáků 6. A či 4 % žáků 6. B). Zde si myslím, že se jednalo o zkušenost žáků s kružnicí či kruhem, které opravdu mají nekonečně mnoho os souměrnosti. Žáci pak zřejmě viděli podobnost s výše uvedenými obrazci a aplikovali svoji zkušenost s nimi i na uvedenou dopravní značku. I přesto však 65 % žáků 6. A nalezlo správně 2 osy souměrnosti a opět se tak stali třídou s nejvyšším počtem odpovědí. V ostatních třídách pak necelá čtvrtina žáků nalezla alespoň jednu osu souměrnosti tohoto útvaru.



Graf 23: Přehled odpovědí žáků z úlohy 2 post-testu (4. část)

Přehledné shrnutí počtu žáků, kteří nalezli u konkrétních obrázků správné řešení, uvádí graf č. 24. Můžeme si zde všimnout, že za nejúspěšnější třídou můžeme považovat 6. A, která nejlépe nalezla správný počet os souměrností u třech zadaných útvarů (průměrná úspěšnost této třídy v úloze 2 je 55 %). Těsně za ní následuje třída 6. B, jejíž žáci si svůj úspěch vybojovali především díky správnému řešení u obrazce lichoběžníka. Zde tato třída dosáhla výborných výsledků s porovnáním ostatních tříd (správně zde odpovědělo 69 % žáků této třídy).



Graf 24: Přehled správných odpovědí žáků všech tříd úlohy 2 post-testu

Poslední sloupec grafu č. 24 pak uvádí průměrnou úspěšnost správných výsledků testovaných tříd v úloze 2 post-testu.

2.8.3 Úloha 3 – hledání os souměrnosti písmen

3) Zapiš tiskacími písmeny jméno a příjmení Tvé učitelky na matematiku a zakroužkuj osově souměrná písmena.

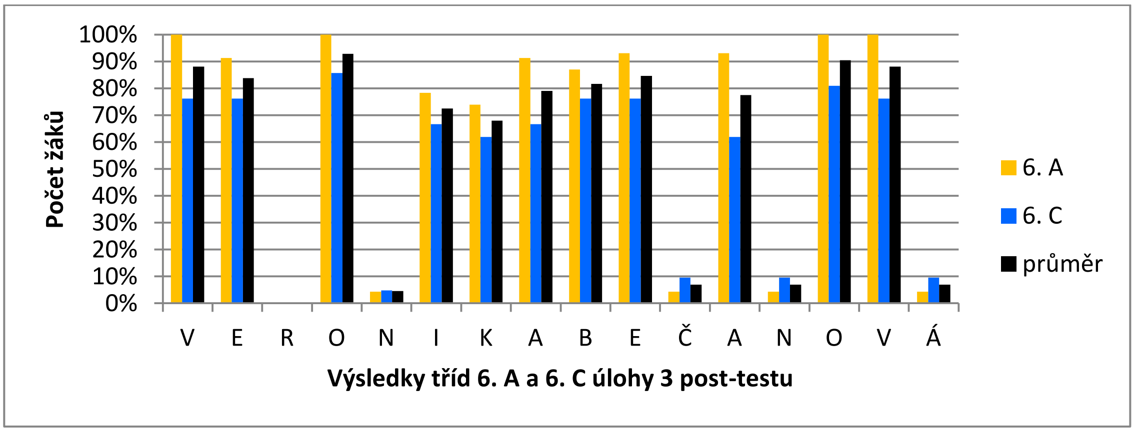
Obrázek 70: Zadání úlohy 3 post-testu

Třetí úloha post-testu byla zaměřena na vyhledání os souměrností u písmen naší české abecedy. Žáci měli za úkol zapsat jméno své učitelky matematiky tiskacími písmeny a následně zakroužkovat osově souměrná písmena. Úloha byla pro žáky blízká tím, že mohli „hodnotit“ jméno učitele, což úlohu činilo ještě zajímavější.

Ihned v počátku vyhodnocování této úlohy jsem však narazila na drobný problém. V zadání úlohy jsem totiž přesně nedefinovala, zda mají být tiskací písmena psána jako malá či velká. Při zadávání post-testu se díky tomu objevilo několik žáků, kteří toto ujasnění vyžadovali. Odpověděla jsem jim, že si mohou sami vybrat, jak chtějí úlohu řešit. Většina z nich však zvolila velká tiskací písmena, zřejmě kvůli zkušenostem, které měli z běžné i experimentální výuky. Malými tiskacími písmeny tuto úlohu řešil pouze jeden žák 6. A a jedna žákyně 6. B. Při vyhodnocování jsem u těchto dvou žáků přihlížela k tomu, zda jsou malá tiskací písmena souměrná či ne.

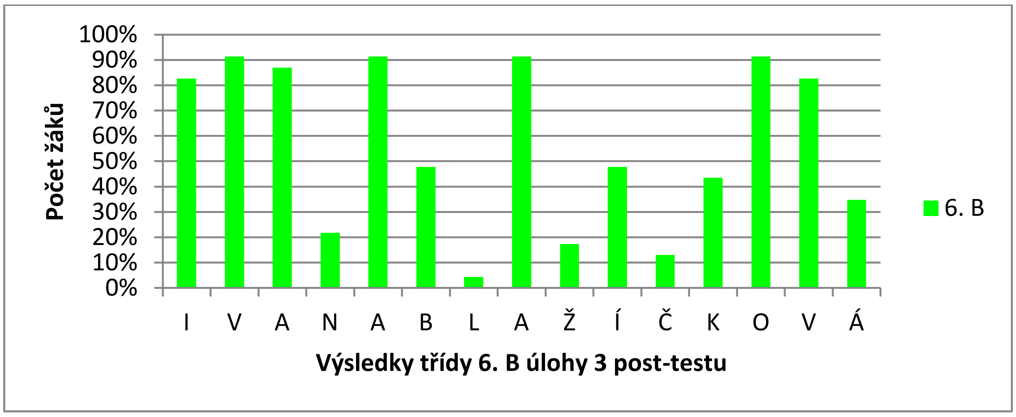
Celkově jsem při vyhodnocování nebrala ohled na to, jakým způsobem žáci písmena zapsali. Hodnotila jsem, zda vůbec lze písmeno zapsat jako osově souměrné. Například písmeno K není osově souměrné, pokud je psané počítačově. Avšak pokud jej zapíšeme správně, lze jej za souměrné považovat, stejně jako i písmeno B.

Třídy, které prošly experimentální výukou (třídy 6. A a 6. C), rozhodovaly o osové souměrnosti celkem u 16 písmen, z nichž některá se opakovala. Graf č. 25 ukazuje, jaká písmena žáci označili za osově souměrná. Je zajímavé podotknout, že některá písmena (například E, O či A) měla různé výsledky. Žáci 6. C označili první písmeno O jako osově souměrné v 86 % případech, za to druhé písmeno O již označilo pouze 81 % žáků. Stejně tak u písmena A bylo první písmeno označeno 67 % žáků, druhé pak pouze 62 %. Přisuzuji to špatné pozornosti žáků, kdy se při postupu řešení úlohy čím dál méně soustředili.



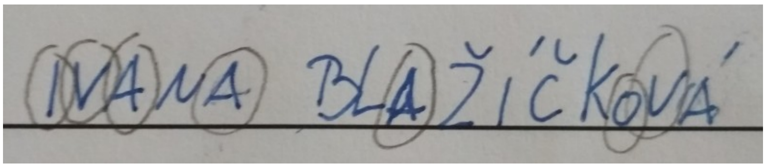
Graf 25: Výsledky tříd 6. A a 6. C úlohy 3 post-testu

Žáci 6. A však chybu neudělali a ve všech osově souměrných písmenech, které se ve jméně paní učitelky vyskytují několikrát, označili vždy písmena všechna. Celkově tato třída podala v určování os souměrnosti výrazně lepší výsledky než 6. C. Vyrovnané byly pouze výsledky obou tříd u písmena R, kde ani jeden žák toto písmeno správně neoznačil. Oceňuji, že žáci obou tříd se nad úlohou zamysleli a označovali písmena, která nejsou osově souměrná v malém množství (do 10 % žáků).

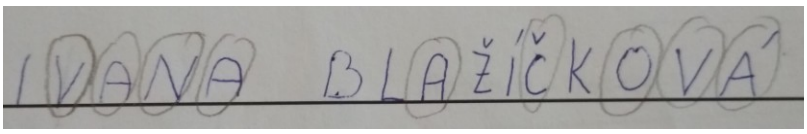


Graf 26: Výsledky tříd 6. B úlohy 3 post-testu

Oproti předchozím třídám se ve třídě 6. B (graf č. 26) našlo více žáků, kteří správně nerozpoznali osově souměrná písmena. Písmena N označilo 22 % žáků, písmeno Č 13 % žáků, písmeno Í pak 48 % žáků a písmeno Á dokonce 35 % žáků, což je o 25 % více než ve třídě 6. C. Oproti tomu písmeno B příliš mnoho žáků této třídy (48 %) nepovažovalo za souměrné, což může do velké míry ovlivňovat způsob, jakým si ho žáci zapsali (viz obrázky č. 71 a 72). Celkem rozhodovali mezi 15 písmeny, z nichž bylo 9 osově souměrných.

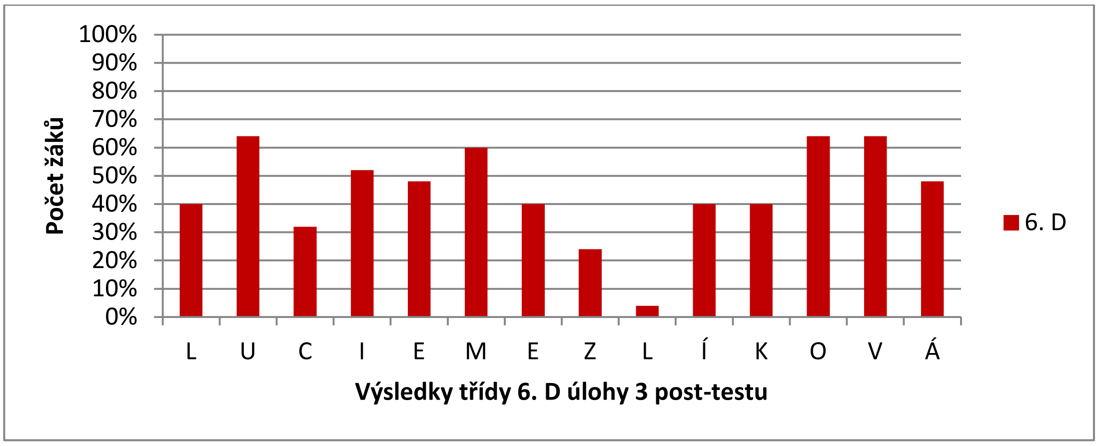


Obrázek 71: Ukázka nesouměrně zapsaného písmena B žákem 6. B



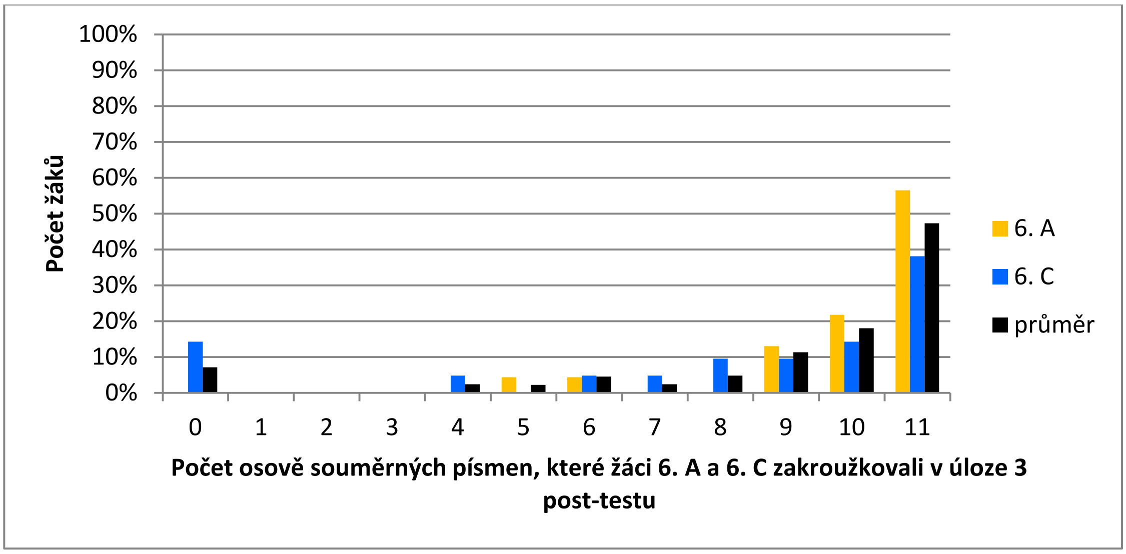
Obrázek 72: Ukázka nesouměrně zapsaného písmena B žákem 6. B

Poslední třída, 6. D, měla najít 9 osově souměrných písmen z celkového počtu 14 písmen ve jméně a příjmení své učitelky matematiky. Zde byla úspěšnost výrazně menší, což názorně zobrazuje graf č. 27.



Graf 27: Výsledky třídy 6. D úlohy 3 post-testu

Nejvíce žáků (64 %) určilo správně osově souměrná písmena U, O a V. Zajímavé také jsou výsledky u písmena L, kde první písmeno chybně označilo 40 % žáků, zatímco druhé písmeno L v příjmení již zakroužkovali pouze 4 % žáků. Mohlo se jednat špatnou pozornost či mohla výsledky ovlivnit špatně zapsaná písmena. Žáci této třídy mají evidentně špatně ukotvený pojem osové souměrnosti, což dokazují relativně nízké výsledky u osově souměrného písmena C (32 % žáků), či naopak vysoké hodnoty u nesouměrných písmen Z a Í, kde se výsledky pohybují kolem 24 % a 40 %.

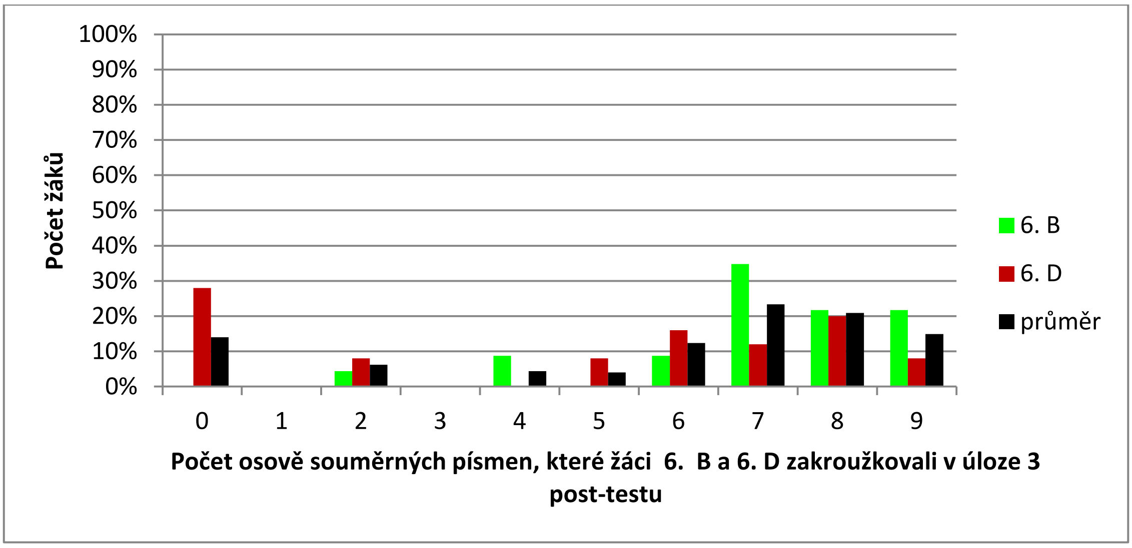


Graf 28: Počet označených osově souměrných písmen tříd 6. A a 6. C úlohy 3 post-testu

Úlohy 3 jsem také zhodnotila z hlediska počtu správně zakroužkovaných osově souměrných písmen. Zajímalo mne, kolik písmen žáci správně označí za souměrné a jak si budou stát v porovnání s ostatními třídami.

Třídy jsem porovnávala ve dvou samostatných grafech, jelikož třídy hledaly vždy jiný počet osově souměrných písmen. Třídy 6. A a 6. C rozhodovaly o 16 písmenech, z nichž 11 jich bylo osově souměrných. Úspěšnost však nebyla příliš vysoká. Všech 11 písmen našlo v 6. A 57 % žáků, avšak v 6. C pouze 38 % žáků (graf č. 28).

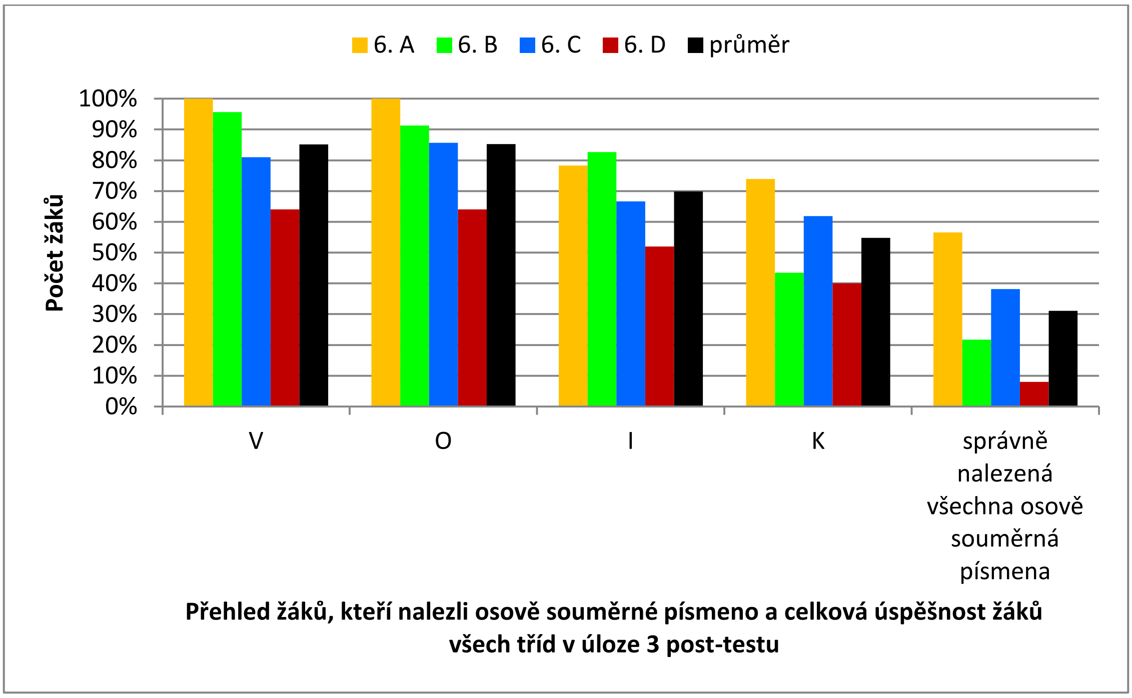
Ještě menší úspěšnost pak byla ve zbývajících dvou třídách (graf č. 29). Zde plného počtu správně odhalených osově souměrných písmen dosáhlo v 6. B 22 % žáků, v 6. D pak pouhých 8 % žáků. Roli zde mohlo hrát i to, že se velká část žáků 6. D (28 % žáků) o řešení vůbec nepokusila – pouze napsala jméno své paní učitelky a dále již úlohu neřešila. V 6. B našli nejčastěji žáci sedm souměrných písmen (35 % žáků).



Graf 29: Počet označených osově souměrných písmen tříd 6. B a 6. D úlohy 3 post-testu

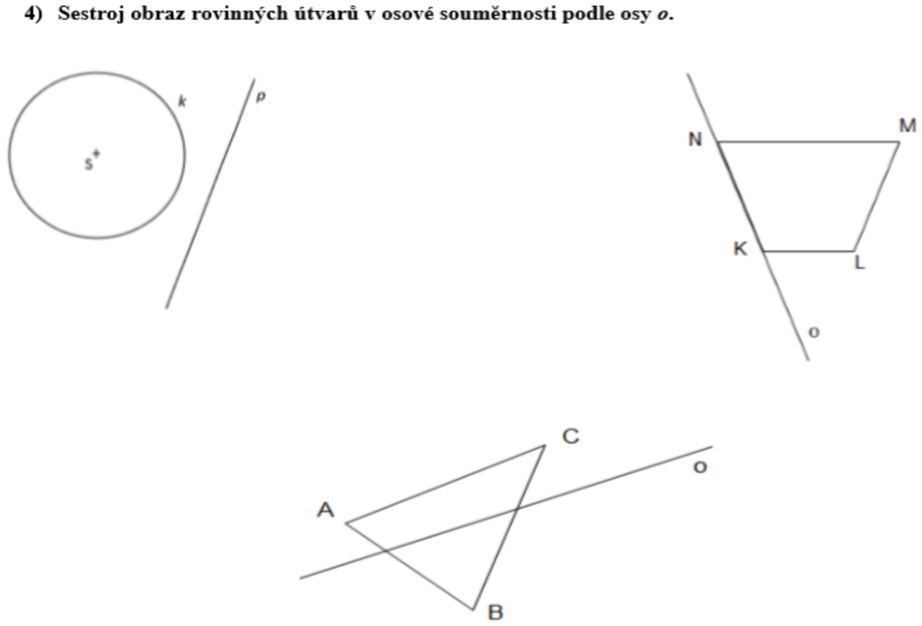
Poslední graf (graf č. 30) týkající se úlohy 3 post-testu nabízí srovnání písmen, se kterými se setkali všichni žáci – tedy s písmeny, která se nachází ve jménech učitelek matematiky ve všech třídách (V, O, I a K). Graf nám ukazuje, zda žáci dokázali rozpoznat, zda jsou uvedená písmena osově souměrná. Písmeno V a O poznali všichni žáci 6. A, těsně za nimi následovali žáci 6. B (písmeno V rozpoznalo 96 % žáků, písmeno O pak 91 % žáků). Žáci 6. D zde nebyli příliš úspěšní, a to ani v dalších dvou uvedených písmenech. Počet žáků, kteří rozpoznali osovou souměrnost u písmen I a K se pohyboval mezi 40 – 55 %. Poslední testovaná třída sice dosáhla nadprůměrných výsledků u písmena K (jako osově souměrné jej označilo 62 % žáků), jinak však dosahovala spíše průměrných výsledků.

Graf č. 30 také ukazuje srovnání tříd v počtu správně nalezených všech osově souměrných písmen, které se ve jménech a příjmeních učitelek vyskytovaly. Opět zde máme převahu třídy 6. A, kde 57 % všech žáků zakroužkovalo všechna osově souměrná písmena. Pěkně se umístila i druhá třída, ve které probíhala experimentální výuka – 6. C. Zde žáci splnili celou úlohu správně ve 38 %. Naopak ve třídě 6. B byl výkon již podprůměrný (22 % žáků) a v 6. D to bylo pouhých 8 % žáků.



Graf 30: Přehled žáků rozpoznávající osovou souměrnost ve vybraných písmenech úlohy 3 post-testu

2.8.4 Úloha 4 – sestrojování obrazu rovinných útvarů v osové souměrnosti

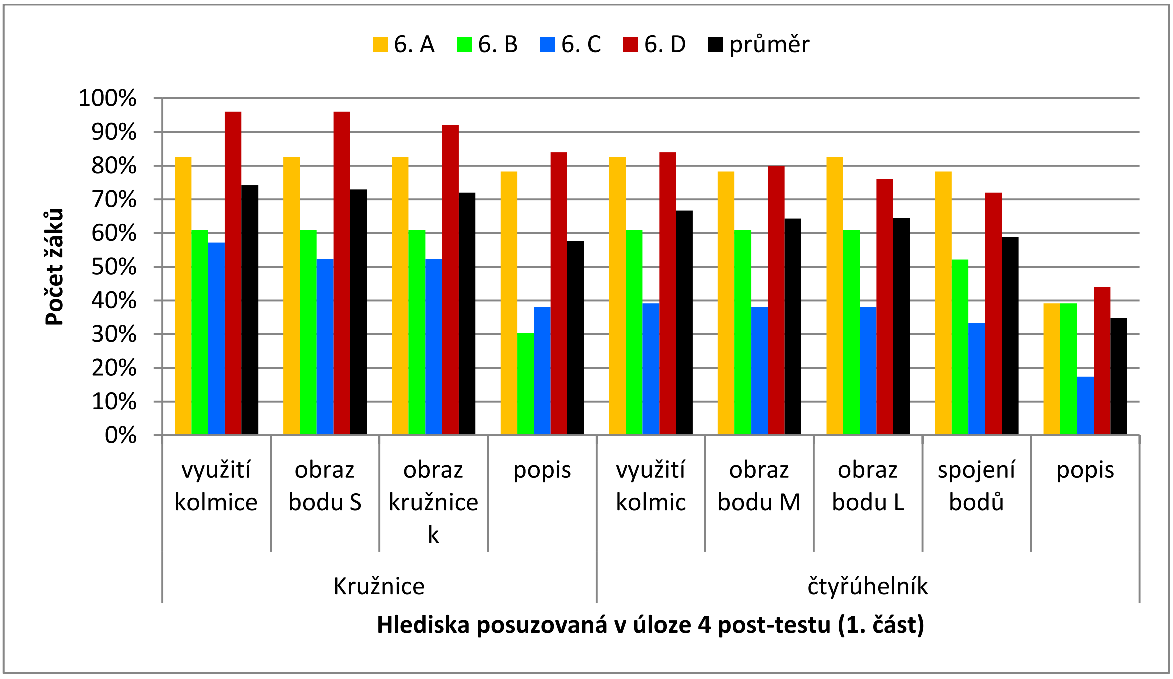


Obrázek 73: Zadání úlohy 4 post-testu

Předposlední úlohou post-testu bylo již samotné rýsování útvarů v osové souměrnosti. Žákům byly zadány 3 rovinné útvary – kružnice, trojúhelník a čtyřúhelník. Osy souměrnosti byly záměrně umístěny v různých polohách – osa ležící vně kružnice, osa ležící na jedné straně čtyřúhelníku a osa protínající trojúhelník ve dvou bodech. Ověřovala jsem tak, zda žáci chápou princip osové souměrnosti v různých případech.

U každého obrazce se hodnotil celý postup konstrukce – zda žáci sestrojili kolmice k dané ose, zda sestrojili obrazy všech potřebných bodů podle osy souměrnosti za pomocí kružítka, zda nově vzniklé obrazy bodů dle potřeby spojili a správně pojmenovali. V závěru jsem pak hodnotila i přesnost a úpravu práce žáků.

Prvním hodnoceným útvarem byla kružnice. Zde dosáhli vysokých výsledků převážně žáci tříd 6. A a 6. D (graf. č. 31). 96 % žáků 6. D postupovalo správně přes sestrojení kolmic, což je při osové souměrnosti nutností, a stejný počet z nich pak správně sestrojil i obraz středu kružnice, tedy bodu S. V 6. A učinilo správně oba kroky 83 % žáků a stejný počet z nich narýsoval správně i samotný obraz kružnice k. Také popis obrazce a jednotlivých obrazů nečinilo žákům výše uvedených tříd výrazné problémy, i když zde již dalších pár žáků chybovalo.



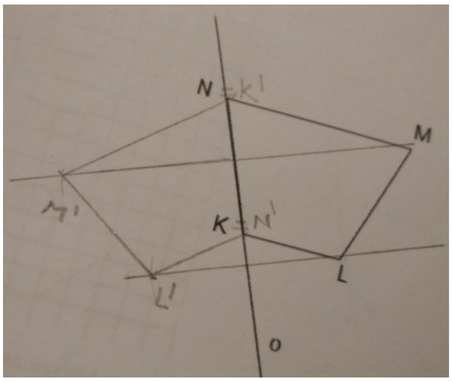
Graf 31: Výsledky žáků úlohy 4 post-testu (1. část)

Výkony zbylých dvou tříd tak příznivé nebyly. Pouhých 38 % žáků 6. B dokázalo správně popsat nově vzniklé útvary. Narýsovat kolmice, obraz středu kružnice a samotnou kružnici zvládlo 61 % žáků. Ve třídě 6. C byly výkony žáků ještě slabší. Rýsování zvládalo 52 % všech žáků této třídy, ale popsat útvar bylo pro žáky příliš složité. To zvládlo bohužel pouhých 30 % žáků dané třídy.

U dalšího útvaru, čtyřúhelníku, se žákům dařilo hůře. Důvodem dle mého názoru bylo umístění osy souměrnosti na jednu ze stran zadaného čtyřúhelníku. Díky tomu se dva vrcholy obrazce staly samodružnými body a úsečka jimi tvořená se taktéž zobrazovala sama na sebe. Samodružné body tak nebylo třeba nikam přenášet (neboť se zobrazí samy na sebe), což žáci často nedodržují a za každou cenu se snaží body někam zobrazit. Případně zapomínají na jejich popis. Z tohoto důvodu jsem očekávala, že se žákům nebude příliš dařit a úspěšnost této části úlohy bude nižší než u předchozího útvaru - kružnice.

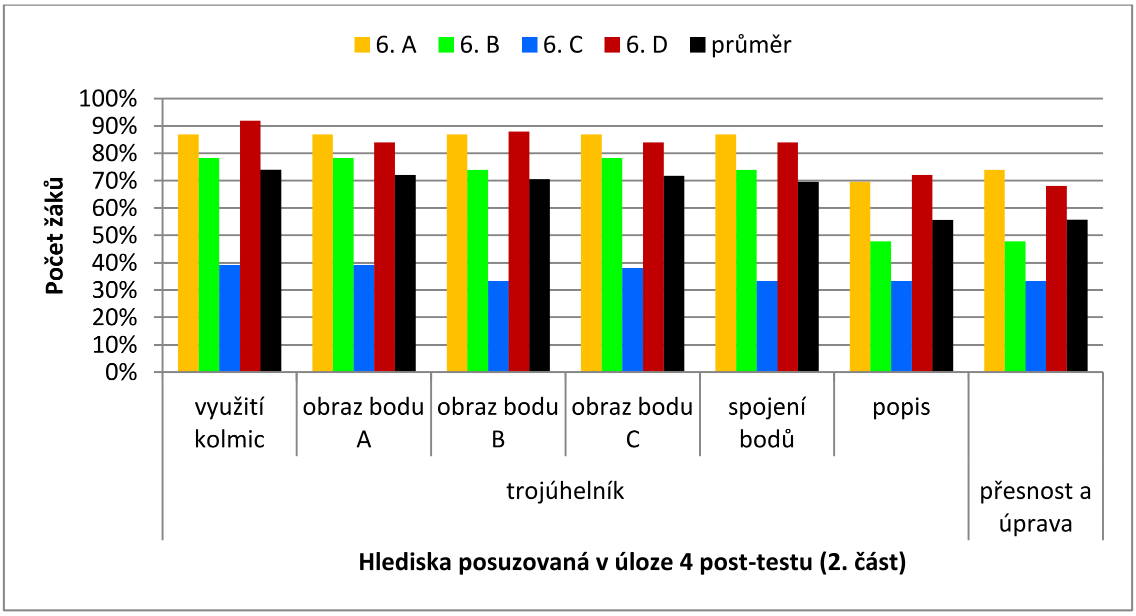
Žáci však překvapili. Výsledky nebyly příliš odlišné od předchozí úlohy. Ve všech třídách s výjimkou 6. C žáci rýsovali kolmice i obrazy bodů M, L ve více jak 60 % správně. Hůře pak dopadl popis všech bodů, kde žáci většinou chybovali v popisu bodů K, N – buď je nezapsali vůbec či jejich popis prohodili (z bodu K vytvořili bod N´a naopak –

viz obrázek č. 74). V 6. A a 6. B popsalo správně čtyřúhelník 39 % žáků, v 6. D pak 44 %. Nejhůře popisovala čtyřúhelník třída 6. C, kde správně popsala útvar pouhých 17 % žáků.



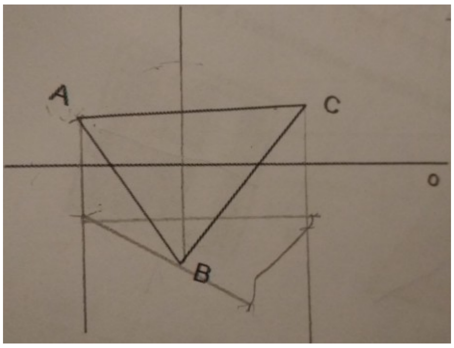
Obrázek 74: Chybné řešení úlohy 4 post-testu žáka 6. C

Co se týče třetího obrazce, trojúhelníka, žáci zde dosahovali podobných výsledků jako u zobrazení kružnice v osové souměrnosti s tím rozdílem, že třídě 6. C se dařilo hůře (graf č. 32). Maximální úspěšnost této třídy ve všech částech postupu konstrukce byla 39 %. Oproti tomu třídy 6. A a 6. D dosáhly nadprůměrných výsledků, tj. ve všech bodech konstrukce bylo úspěšných více jak 84 % všech žáků, s výjimkou popisu výsledných bodů. V této hodnocené kategorii byla úspěšná 6. A v 70 % a 6. D v 72 %. K nižším výsledkům vedlo to, že žáci sice správně narýsovali obraz trojúhelníka, avšak už ho zapomněli popsat (nebo ho záměrně nepopsali, protože netušili jak).



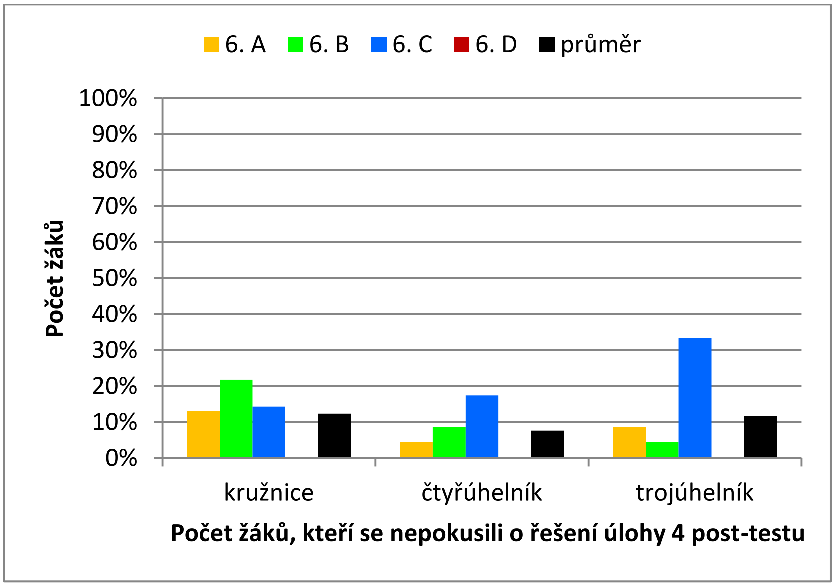
Graf 32: Výsledky žáků úlohy 4 post-testu (2. část)

Pro zajímavost také uvádím řešení jedné žákyně 6. B, která správně přenesla dva vrcholy trojúhelníka, avšak třetí vrchol již odhadla (viz obrázek č. 75). Výsledný obraz pak vypadá jako velmi nepřesné posunutí trojúhelníka.



Obrázek 75: Chybné řešení úlohy 4 post-testu žákyně 6. B

Výsledky úlohy 4 post-testu by mohly být ještě vyšší, kdyby se o řešení pokusili všichni žáci ze všech tříd. Bohužel však v každé třídě (s výjimkou 6. D, kde se o řešení pokusili všichni žáci) našlo několik procent žáků, kteří úlohu z nějakého důvodu vynechali. Nejvíce jich bylo v 6. C – zde 33 % žáků u zobrazování trojúhelníka a 17 % žáků u zobrazování čtyřúhelníku v osové souměrnosti. První část úlohy, tedy zobrazování kružnice, vynechalo nejvíce 22 % žáků třídy 6. B.



Graf 33: Počet žáků, kteří se nepokusili o řešení úlohy 4 post-testu)

Když porovnáme všechny části úlohy, nejlépe se jeví třídy 6. A a 6. D, kterým se v úloze 4 zjevně dařilo. První jmenovaná třída má geometrii v oblibě, i když žáci neradi řeší komplexnější geometrické úlohy. Rádi však rýsují a samotné rýsování v osové souměrnosti je velice bavilo, což se zde projevilo. Oproti tomu třída 6. D je třídou jiné nymburské školy, o níž je známo, že se v hodinách více zaměřuje právě na konstrukční úlohy. To je jedním z možných důvodů, proč jsou výsledky této třídy lepší než výsledky ostatních.

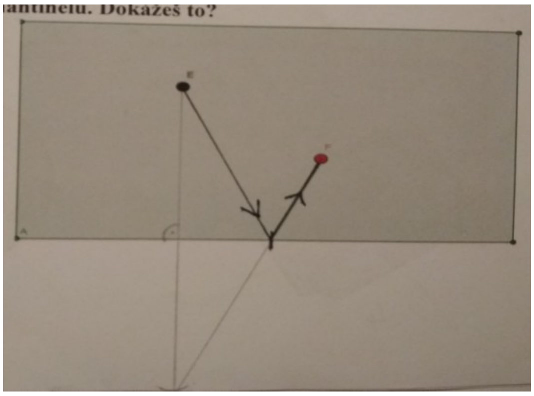
2.8.5 Úloha 5 – aplikace osové souměrnosti ve hře kulečník

5) Představ si, že hraješ kulečník. Tvým úkolem je černou koulí (E) trefit červenou kouli (F) s odrazem od mantinelu. Dokážeš to?

Obrázek 76: Zadání úlohy 5 post-testu

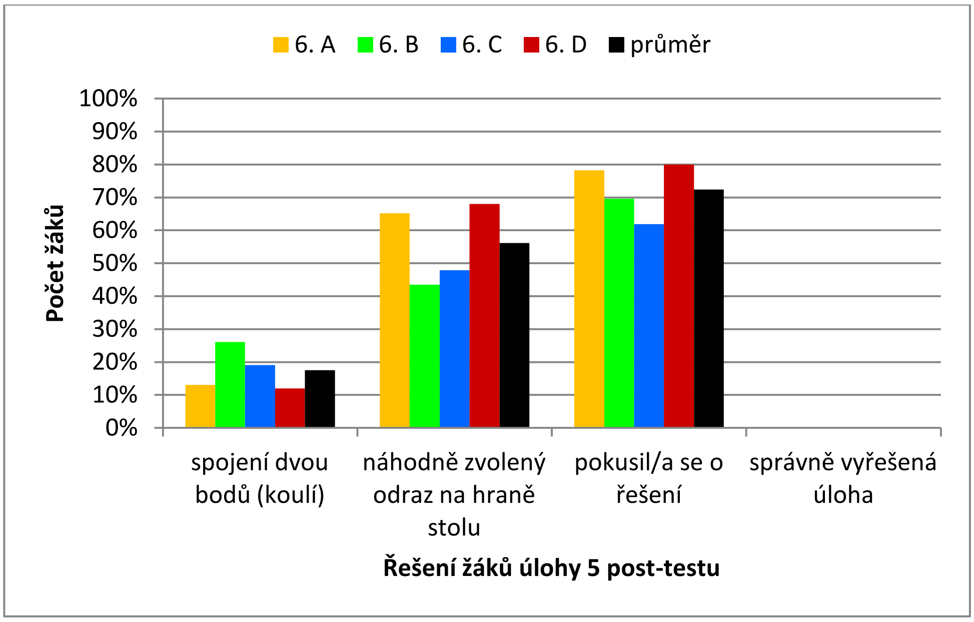
Poslední úloha post-testu byla pro žákům představena jako bonusová. Žáci se mohli pokusit o její řešení, ale bylo to pouze na nich, zda chtějí či ne. Osobně mám zkušenost s tím, že pro žáky je možnost volby mnohem bližší a zajímavější, než úloha povinně zadaná. Proto byla tato úloha pro žáky volitelná, abych zajistila co nejlepší podmínky pro její vypracování. Nešťastným řešením možná bylo zařadit úlohu až na konec post-testu, kdy už žáci byli unavení či neochotní zamyslet se nad dalším problémem.

Úloha byla záměrně vybrána tak, aby s ní žáci neměli žádné zkušenosti a museli se nad ní zamyslet. Osová souměrnost zde byla představena v reálném prostředí hry kulečník, kterou většina žáků jejich věku zná. Cílem této hry bylo trefit černou koulí kouli červenou, avšak odrazem o mantinel. Toho můžeme docílit právě využitím osové souměrnosti, kdy promítneme obraz černé koule přes jednu hranu stolu ven (hrana kulečníkového stolu je pak samotnou osou souměrnosti), spojíme obraz této koule s koulí červenou a bod, kde nám protíná spojnice dvou koulí hranu kulečníkového stolu je bod odrazu, kde se má černá koule odrazit o mantinel, tedy hranu kulečníkového stolu, aby trefila kouli červenou (viz obrázek č. 77). Takto zadaná úloha má 4 správná řešení.



Obrázek 77: Jedno ze správných řešení úlohy 5 post-testu

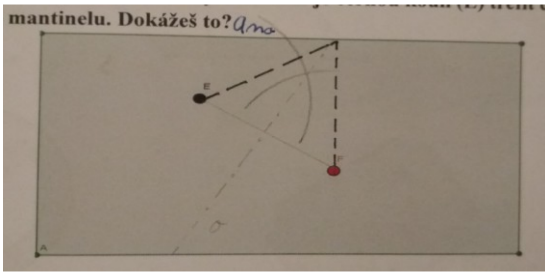
I přesto, že se většina žáků o řešení této úlohy pokusila, nikdo z nich bohužel úlohu nevyřešil úspěšně, a to v žádné z testovaných tříd (viz graf č. 34).



Graf 34: Řešení žáků úlohy 5 post-testu

Objevily se pokusy alespoň obě koule spojit úsečkou, případně sestrojit osu úsečky a průsečík této osy a hrany kulečníka pak označit za bod odrazu (viz obrázek č. 7á). Většina žáků však hledaný bod odrazu pouze náhodně zvolila či se řešení úlohy zcela vyhnula. V některých třídách žáci tuto úlohu komentovali, i přesto, že to zadání nevyžadovalo. V 6. B se objevily odpovědi žáků, že „*Úloha má minimálně 2 řešení.*“, „*Je zde více způsobů.*“ či zajímavá odpověď „*Nedokážu to.*“. Žáci, kteří zapsali možnost, že má úloha více způsobů pak později uvedli, že mají s hrou kulečník již drobné zkušenosti.

Ve třídě 6. A se komentáře u této úlohy objevily také, avšak jednalo se spíše o odpovědi typu „*Nejde to.*“, „*Nedokážu.*“, či „*Malou silou by to možná nějak šlo.*“.



Obrázek 78: Chybné řešení úlohy 5 post-testu žákyně 6. A

Úloha s kulečníkem žáky zaujala natolik, že jsme ve třídách 6. A a 6. C vedli po odevzdání post-testu diskuzi o správném řešení této úlohy. Žákům jsem řešení představila, ale oni argumentovali tím, že nedává smysl přenášet kouli z kulečníkového stolu ven a pak ji na stůl opět vracet. Vysvětlili jsme si, že se nejedná přímo o postup hry, ale o princip zjištění konkrétního bodu odrazu. To žáky i přesto příliš neuspokojilo. Našli ale pak již bez mé pomoci zbývající tři řešení samostatně či ve dvojicích. Také jsme zkusili rozšířit zadání na dva odrazy o hranu stolu, což již velké obtíže žákům nečinilo. Relativně brzy přišli na to (žáci 6. A rychleji než žáci 6. C), že musí přes dvě různé hrany přenést obě koule ze stolu „ven“, a obrazy těchto bodů následně spojit. Průsečíky této úsečky pak protínají hrací stůl ve dvou hledaných bodech odrazu.

Zbylé dvě třídy, 6. B a 6. D neprojevily dle slov učitelek matematiky o větší zkoumání či vysvětlení úlohy žádný zájem. Roli zde může hrát právě styl výuky, kterým byla odučeno téma osové souměrnosti (tedy žáci těchto tříd byli pouze „přijímači“ vědomostí, které jim byly učitelkou předány).

2.8.6 Výsledky post-testu

Post-test přinesl překvapivé výsledky z hlediska úspěšnosti řešení jednotlivých úloh. Ukázalo se, že každá úloha post-testu byla jinak obtížná pro třídy, které prošly experimentální výukou (s prvky konstruktivistické výuky) a jinak obtížná pro třídy kontrolní (transmisivní styl výuky).

Třída 6. D selhala výrazně v první úloze na dokreslování obrazce ve čtvercové síti a žákům se nedařilo ani v úloze zaměřené na hledání os souměrnosti u různých obrazců. Domnívám se, že důvodem mohla být minimální zkušenost žáků s výše uvedeným typem úloh. Naopak zde lepší výsledky podala třída 6. A, která se s dokreslováním obrazců v osové souměrnosti setkala ve větší míře.

Třídy 6. A a 6. C dokázaly lépe rozeznat osově souměrná písmena, oproti třídám 6. B a 6. D, které chybovaly převážně u písmen N, Z, Č, Á. Celkově žáci druhých dvou jmenovaných tříd nedokázali najít všechna osově souměrná písmena v zadání úlohy. Správné řešení našlo 22 % žáků třídy 6. B a pouhých 8 % žáků 6. D. Velmi malá úspěšnost oproti třídám 6. A (57 %) a 6. C (38 %). Vliv zde mohla mít právě experimentální výuka u tříd 6. A a 6. C, při které žáci mimo jiné procházeli celou českou abecedu a hledali osově souměrná písmena, z kterých následně skládali osově souměrná slova. Na práci měli dostatek prostoru, na rozdíl od třídy 6. D, kde byla tato aktivita provedena ve spěchu.

Ve čtvrté úloze post-testu týkající se samotného rýsování útvarů v osové souměrnosti excelovala 6. D. Tato třída se při výuce osové souměrnosti nejvíce věnovala právě zobrazování rovinných útvarů v osové souměrnost. Žáci tedy byli na tento úkol dobře připraveni. Jako druhé třídě v pořadí se dařilo 6. A, zatímco třídy 6. B a 6. C zde podaly podprůměrné výkony.

Z výsledků jednotlivých úloh post-testu je patrné, že třídy 6. A a 6. C byly úspěšnější v úlohách, kde se jednalo o hledání os souměrnosti, či dokreslování obrazců v osové souměrnosti. Tyto úlohy využívají dovedností, které žáci získají především z konstruktivistického stylu výuky. Oproti tomu třída 6. D vynikla v úlohách zaměřených na konkrétní postup, který jim byl předán při transmisivní výuce. V hodinách jim byla ukázána „kuchařka“, jak sestrojit obraz útvaru v osové souměrnosti a žáci jej pak pouze aplikovali na konkrétních příkladech.

Pro větší prokazatelnost přínosu konstruktivistických prvků ve výuce by bylo zapotřebí ověřit uchování znalostí žáků po delší době od konce výuky osové souměrnosti. Bohužel k tomuto kroku jsem nemohla přistoupit, neboť škola ZŠ Komenského, kterou jsem navštěvovala z důvodu kontrolní skupiny (třídy 6. D), již dále nesouhlasila s pokračováním naší spolupráce. Jako důvod učitelka uvedla, že se již nechce vracet k dané látce, neboť zaostává ve výuce a tudíž není v souladu s tematickým plánem svého předmětu.

Pokud mám zhodnotit post-test z hlediska přípravy, úlohy bych neměnila. Chybou však bylo neohlídat nakopírování post-testu pro třídu 6. D. Žáci tak neměli stejné podmínky pro plnění post-testu jako zbylé třídy, i když se ve výsledku nejednalo o výrazné ovlivnění výsledků.

2.9 Zhodnocení experimentální výuky a navržení změn výukového plánu

Téma osové souměrnosti, se kterým se žáci setkávají denně, bylo pro většinu žáků zajímavé a z hlediska každodenního využití i motivující. Většina žáků se v průběhu celé experimentální výuky aktivně zapojovala a i ti, kteří jen přihlíželi, získali z některých aktivit poznatky pro pozdější uplatnění.

Jednotlivé úlohy na pracovních listech byly pro žáky obou tříd různě obtížné. Již první úkol, rozluštění českého překladu jména Johna Clevera, který neměl s matematikou nic společného, činil všem obtíže. Důvodem mohla být jejich soustředěnost se na úkoly, které se matematiky bezprostředně týkaly (výpočet příkladů s desetinnými čísly) a tudíž nečekali propojení s jinými předměty. Bohužel už zde se projevila nechuť některých žáků pracovat v konkrétních skupinách či neschopnost překonat svou frustraci při prvním, pro ně na první pohled těžkém, úkolu. Bylo zde také možné pozorovat část žáků, kteří nejsou zvyklí na samostatné objevování a jakmile dostali v hodinách volnější prostor, zneužili ho k vyrušování ostatních či k debatování na téma, které se výuky netýkalo. Nemohu však říci, že by se jednalo pouze o chlapce.

Úloha zaměřená na hledání principu vzniku brouků Vzorobrazů byla pro žáky náročná a z časového hlediska velmi zdlouhavá. Žáci měli tendenci práci ihned vzdávat, či kreslit náhodně vytvořené broučky. Ukázalo se, že pokud ihned nepřijdou na řešení, odmítají dále pokračovat a dožadují se pomoci u autority. Pokud ji ihned nedostanou, začnou daný styl výuky či úlohu samotnou rychle kritizovat. Je třeba žáky znovu motivovat a případně je nasměrovat k jinému úhlu pohledu či uvažování, které by jim při řešení pomohlo.

Všechny hodiny byly negativně ovlivněny chováním některých žáků. V obou třídách se objevila část žáků, kteří odmítali spolupracovat či neměli o dané aktivity a celkový tematický příběh žádný zájem. Část z nich se podařilo motivovat a vždy na krátký okamžik přivést zpět k práci (ať už mým přičiněním či paní asistentky či aktivitou spolužáků), avšak dlouho to nevydrželo. I částečné zapojení na krátký úsek hodiny považuji za pozitivní vzhledem k tomu, že při klasické výuce tito žáci nepracují téměř vůbec.

Při úlohách se také projevil problém při vyjadřování svých myšlenek. Ukázalo se, že žáci nejsou schopni plynule komentovat svá řešení či dále argumentovat. Je zapotřebí však v tomto ohledu neslevit a vést žáky k důslednému vyjadřování.

Projevil se také fakt, že žáci nejsou na daný styl výuky zvyklí, ani připravení. Ke kontrole své práce velmi často využívali mne nebo i paní asistentku, abychom jim poradily, či zkontrolovaly každý krok práce. Po našem několikátém odmítnutí se již naší přítomnosti nedožadovali, avšak u některých to způsobilo opět pocit frustrace a odmítali dále spolupracovat. Bylo znát, že část žáků čeká na konkrétní naservírování postupu, který budou moci pouze „roboticky“ aplikovat na jakýkoli příklad.

Na druhou stranu mohu říci, že některým slabším žákům tento způsob výuky zvýšil sebevědomí. Tím, že nešlo o to nalézt správné řešení, nýbrž ho pouze pochopit a být schopen zdůvodnit či aplikovat dále, se část slabších žáků mnohem více zapojovala a ve zpětné vazbě hodnotili výuku jako zajímavou a přínosnou. Několik z nich také konstatovalo, že už se nebojí přednést své nápady před ostatními spolužáky, aniž by měli strach z toho, že budou vypadat hloupě.

Z výsledků post-testu mohu také soudit, že většina žáků princip osové souměrnosti pochopila a dokázala jej následně aplikovat při konkrétních úlohách. To, zda se téma dlouhodobě ukotvilo v poznatkové struktuře žáka, by bylo třeba ověřit dalším testem s delším časovým odstupem od výuky.

V případě opakování experimentu by bylo potřeba výuku z časového hlediska důsledněji rozplánovat. Ideální by bylo rozložit ji do více blokových celků (minimálně po dvou vyučovacích hodinách), během kterých by měli žáci více prostoru se nad úlohami zamyslet, a omezil by se časový limit pro práci žáků. Vzhledem k tomu, že jedním z důležitých faktorů konstruktivistického vyučování je skupinová práce, bylo by zapotřebí lépe promyslet složení jednotlivých skupin tak, aby nedocházelo ke konfliktům. Také by bylo vhodné umístit do každé skupinky žáky slabší, rychlejší počtáře a další žáky, aby zde byly rovnocenně rozdělena celá třída a skupinky byly přibližně stejně vyvážené. Také je třeba se do budoucna nefixovat jedním pracovním listem ke konkrétní vyučovací hodině. Žáci některé úlohy splní rychleji, některé však zaberou více času, než jsme původně očekávali. Bylo by dobré mít připravené náhradní procvičovací úlohy či více úloh pro rychlejší skupiny žáků.

Celkově byla celá výuka cennou zkušeností pro mne, paní asistentku i žáky. Přinesla nový pohled na práci ve skupinách a podněcování samostatného uvažování žáků. Bylo tak možné sledovat jejich směr uvažování i jejich styl vyjadřování při vysvětlování některých postupů svým spolužákům. Přínosné také bylo zapojení některých bystřejších žáků při pomoci slabším spolužákům. V některých případech pak žáci nahradili činnost asistenta pedagoga (zejména v 6. A), když zvládli bez problémů vysvětlit danou látku svému spolužákovi, aniž by mu přímo naservírovali řešení. Negativní stránkou výuky však byla nespolupráce některých jedinců ve skupinách a jejich neustálé vyrušování.

Závěr

Žáci se s tématem osové souměrnosti setkávají v raném věku – překládají papír na části či dokreslují druhou část obrazce. Podobně zaměřené úlohy je pak provází i ve školní výuce, kde je v rámci matematiky každý rok jejich řešení věnováno několik vyučovacích hodin. Potvrzují to i učebnice a pracovní sešity, se kterými jsem se v rámci zpracování této diplomové práce měla možnost setkat. Úlohy v nich jsou rozčleněny do několika typů – hledání osově souměrných obrazců a určování počtu jejich os, dokreslování obrazců tak, aby byly osově souměrné či sestrojování osově souměrných obrazců.

Cílem mé diplomové práce bylo na základě prostudování odborné literatury navrhnout, realizovat a následně vyhodnotit výuku osové souměrnosti ve dvou třídách 6. ročníku. Rozhodla jsem se postupovat v souladu s některými principy konstruktivismu a zhodnotit přínos tohoto stylu výuky oproti tradiční transmisivní výuce. Předpokládala jsem, že žáci, kteří absolvují částečně konstruktivisticky sestavený blok hodin, učivu porozumí více, než žáci, kterým byla látka předána při transmisivní výuce. Daný předpoklad se částečně potvrdil, což bylo možné soudit mimo jiné z výsledků post-testu.

Experimentální výuka byla realizována ve dvou třídách 6. ročníku, které byly od 1. třídy zvyklé na vyučování v transmisivním stylu. Ukotvení znalostí bylo poté porovnáváno s dalšími dvěma třídami 6. ročníku, ve kterých bylo téma osové souměrnosti odučeno transmisivně. Před zahájením výuky byl žákům zadán pre-test, díky kterému jsem odhadla míru zkušeností, které již mají žáci v daném tématu. Ukázalo se, že žáci všech tříd osovou souměrnost znají, i když zatím neumí používat odbornou terminologii. Jejich zkušenosti s tématem osové souměrnosti nebyly výrazně odlišné.

Samotná experimentální výuka probíhala nejprve blokově (4 vyučovací hodiny), poté v rámci hodin matematiky dle rozvrhu daných tříd. Pro účely experimentální výuky byla převzata a upravena sada pracovních listů od pí. Hany Pilařové. Žáci se na práci aktivně podíleli a snažili se poctivě řešit všechny zadané úlohy. Výuku narušovalo chování některých žáků, kteří neměli pomůcky, odmítali pracovat či volný čas využívali spíše k narušování hodiny nevhodnými komentáři. Dalším činitelem, který průběh výuky ztěžoval, bylo příliš brzké vzdávání se žáků při případném neúspěchu u některých úloh (například hledání principu zrodu brouka Vzorobraze). Domnívám se, že tím, že žáci byli vždy zvyklí na dopomoc učitele, který přispěchá s možných řešením, nebyli na pocit frustrace připravení.

Pokud bych měla obě třídy, které prošly experimentální výukou porovnat, po většinu doby byla aktivnější třída 6. A. Žáci se i přes chvilkový neúspěch méně vzdávali, odmítali dopomoc moji či asistentky učitele a žádali více času na řešení úloh i přesto, že byli například poslední skupinkou, která ještě nepostoupila v řešení dále. Tato třída byla více soutěživá a nadšenější, což se dle mého názoru projevilo i na ukotvení nově nabytých znalostí. Výsledky post-testu pak vypovídají o tom, že 6. A byla úspěšnější v řešení většiny úloh oproti třídě 6. C.

Z výsledků jednotlivých úloh post-testu je patrné, že experimentální třídy 6. A a 6. C, které prošly výukou osové souměrnosti s konstruktivistickými prvky, byly úspěšnější v úlohách, kde se jednalo o hledání os souměrnosti, či dokreslování obrazců v osové souměrnosti. Oproti tomu třída 6. D vynikla spíše v úlohách zaměřených na konkrétní postup, který jim byl předán při transmisivní výuce – tedy na sestrojení obrazu útvaru v osové souměrnosti. Třída 6. B podala celkově slabé výsledky. Pokud bychom chtěli zkoumat dlouhodobější ukotvení znalostí v poznatkové struktuře žáka, bylo by zapotřebí třídy znovu navštívit a porovnat důsledky obou přístupů k výuce daného tématu s delším časovým odstupem. To však nebylo již ze strany jedné z učitelek umožněno.

V případě opakování výuky by bylo potřeba výuku z časového hlediska důsledněji rozplánovat – například rozložit do více blokových celků (minimálně po dvou vyučovacích hodinách). Žáci by měli více prostoru se nad úlohami zamyslet a nebyli by omezováni krátkých časovým úsekem jedné vyučovací hodiny. Vzhledem k tomu, že důležitým principem konstruktivistické výuky je skupinová práce, je zapotřebí pečlivě promyslet složení skupin tak, aby nedocházelo k drobným konfliktům a k tomu, že skupiny budou nevyvážené. Jedině tak lze zajistit hladký průběh výuky a to, že budou žáci navzájem ve skupinách spolupracovat.

Na základě svého výzkumu jsem došla k přesvědčení, že by při výuce bylo velmi žádoucí vycházet z konstruktivistického pojetí, avšak je třeba si uvědomit, že i opakování a procvičování je nedílnou součástí výuky. Stejně tak je nutné vzít v potaz časovou náročnost takto odučených hodin a počítat s tímto faktem při její přípravě. Přes veškeré komplikace je však výuka vedená tímto stylem pro žáky mnohonásobně přínosnější než pouhé transmisivní předávání znalostí. I přesto, že experimentální třídy nebyly vedeny tímto stylem výuky od 1. třídy, žáci na něj pozitivně reagovali. Je velmi přínosné, že se s touto metodou setkávají i budoucí pedagogové při svém studiu na vysoké škole a doufám, že ji také nezapomenou následně uplatňovat ve své praxi. Také doufám, že by mnou takto sestavená výuka osové souměrnosti mohla posloužit jako inspirace pro další učitele matematiky.

Seznam použitých informačních zdrojů

ČEPELÁKOVÁ, L. *Aplikace mechanismu poznávacího procesu při výuce osové souměrnosti* [online]. Ústí nad Labem, 2014 [cit. 2019-11-03]. Dostupné z: <https://theses.cz/id/7z3bnq/>. Diplomová práce. Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem, Pedagogická fakulta. Vedoucí práce Mgr. Vlastimil Chytrý.

DAVIS, R., MAHER, C., NODDINGS, N. Introduction: Constructivist views on the teaching and learning of mathematics. In R. Davis, C. Maher, & N. Noddings (Eds.). *Constructivist views on the teaching and learning of mathematics*. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics, 1990.

Fleming, N. D, 2005. *VARK: a guide to learning styles.* Retrieved January 15th, 2015 from http://www.vark-learn.com/english/index.asp.

Fleming, N. D., & Mills, C. *Helping Students Understand How They Learn. The Teaching Professor*. Madison. Wisconsin, 1992. USA: Magma Publications.

FENSTERMACHER, S. *Vyučovací styly učitelů*. Vyd. 1. Praha: Portál, 2008, ISBN 978-80-7367-471-7.

GLASERSFELD, E. von. *Radical constructivism: a way of knowing and learning*. London: The Falmer Press, 1995. ISBN 0-7507-0387-3.

HEJNÝ, M. *Budování geometrických proceptů*. In AUSBERGEROVÁ, M., NOVOTNÁ, J., Sborník z konference 7. setkání učitelů matematiky všech stupňů škol, Mariánské Lázně: JČMF, 2000

HEJNÝ, M., KUŘINA F. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál, 2001. Pedagogická praxe. ISBN 80-7178-581-4.

HEJNÝ, M., KUŘINA F. *Konstruktivní přístupy k vyučování matematice*. MFI 1998, č. 7.

HEJNÝ, M., NOVOTNÁ J., VONDROVÁ N., ed. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2004. ISBN 80-7290-189-3.

HOLUBOVÁ, H. *Shodná a podobná zobrazení v interaktivních geometrických programech*. Plzeň, 2012. Bakalářská práce. Západočeská univerzita v Plzni. Vedoucí práce Lukáš Honzík.

HONČÍKOVÁ, J. *Aktivizační úlohy o souměrnosti*. Liberec, 2010. Diplomová práce. Technická univerzita v Liberci. Vedoucí práce Jaroslav Perný.

HOŠPESOVÁ, A., VONDROVÁ, N., TICHÁ, M. *Cesty zdokonalování kultury vyučování matematice*. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2007, ISBN 978-80-7394-052-2.

KALHOUS, Z., OBST O. *Školní didaktika*. Praha: Portál, 2002. ISBN 80-7178253-X.

KOPŘIVA, P. a kol. *Respektovat a být respektován*. Kroměříž: Spirála, 2005. ISBN 80-901873-6-6.

KRULIK, S., RUDNICK. J. A. Innovative Task to Improve Critical and Creative Thinking Skill. Dalam Stiff, Lee V. & Curcio, Frances R.(Eds), 1999. Developing mathematical reasoning in grades K-12 (pp. 138). Reston: NCTM.

KUŘINA, F. Transformační pojetí školské geometrie a konstrukční přístupy k vyučování matematice. In: *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, roč. 1999, č. 44, s. 75-83.

LÁVIČKA, M. *Geometrie I. – Základy geometrie v rovině.* 1. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2002. 189 s. ISBN 80-7082-861-7.

MAŇÁK, J., ŠVEC V. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315039-5.

MAREŠ, J. *Styly učení žáků a studentů*. 1. vyd. Praha: Portál, 1998, ISBN 80-7178246-7.

MOLNÁR, J, SCHUBERTOVÁ, S, VANĚK, V. *Konstruktivismus ve vyučování matematice*, Olomouc: PřF UP, 2007. Dostupné z: http://esfmoduly.upol.cz/texty/konstr_m.pdf

MIKULČÁK J., HRADECKÝ F., ZEDEK M., *Metodika vyučování matematice na školách druhého cyklu. I. část všeobecná, II. část speciální,* SPN, Praha, 1964, 1965, skriptum.

NOVOTNÁ, G. *Vnímání porozumění v matematice* [online]. 2018 [cit. 2019-11-03]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/profile/Gabriela_Novotna6/publication/328642311_Vnimani_porozumeni_v_matematice/links/5bd9f002a6fdcc3a8db3d1e3/Vnimani-porozumeni-v-matematice.pdf

PECHMANOVÁ, K. *Podnětná výuka tématu procenta ve dvou třídách s odlišnou zkušeností s výukou matematiky*. Praha, 2018. Diplomová práce. Univerzita Karlova v Praze. Vedoucí práce Naďa Vondrová.

PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, E. *Pedagogický slovník*. 2. rozšíř. a přeprac. vyd. Praha: Portál, 1998, ISBN 80-717-8252-1.

RENDL, M. *O konstruktivismu ve vyučování matematiky*. Pedagogika. 2008, roč. 58, č. 2, s. 167-203. ISSN 2336-2189.

SITNÁ, D. *Metody aktivního vyučování: spolupráce žáků ve skupinách*. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-246-1.

SPILKOVÁ, V., VAŠUTOVÁ, J. *Učitelská profese v měnících se požadavcích na vzdělávání.* Praha : PedF UK, 2008.

STEHLÍKOVÁ, N., CACHOVÁ, J. *Konstruktivistické přístupy k vyučování a praxe*. In: *Podíl učitele matematiky ZŠ na tvorbě ŠVP*. Praha: JČMF, 2006.

ŠKODA, J., DOULÍK, P. *PSYCHODIDAKTIKA: Metody efektivního a smysluplného učení a vyučování*. Pedagogika, 2011.

TOMANOVÁ, E. *Formalismus ve vyučování matematice* [online]. Ostrava, 2008 [cit. 2019-11-03]. Dostupné z: <https://theses.cz/id/88rk48/>. Diplomová práce. Ostravská univerzita, Pedagogická fakulta. Vedoucí práce Doc. RNDr. Pavel Květoň, CSc..

TRPIŠOVSKÁ, D. *Vývojová psychologie pro studenty učitelství*. Vyd. 1. Ústí nad Labem: Univerzita Jana Evangelisty Purkyně, Pedagogická fakulta, 1998, ISBN 80-7044207-7.

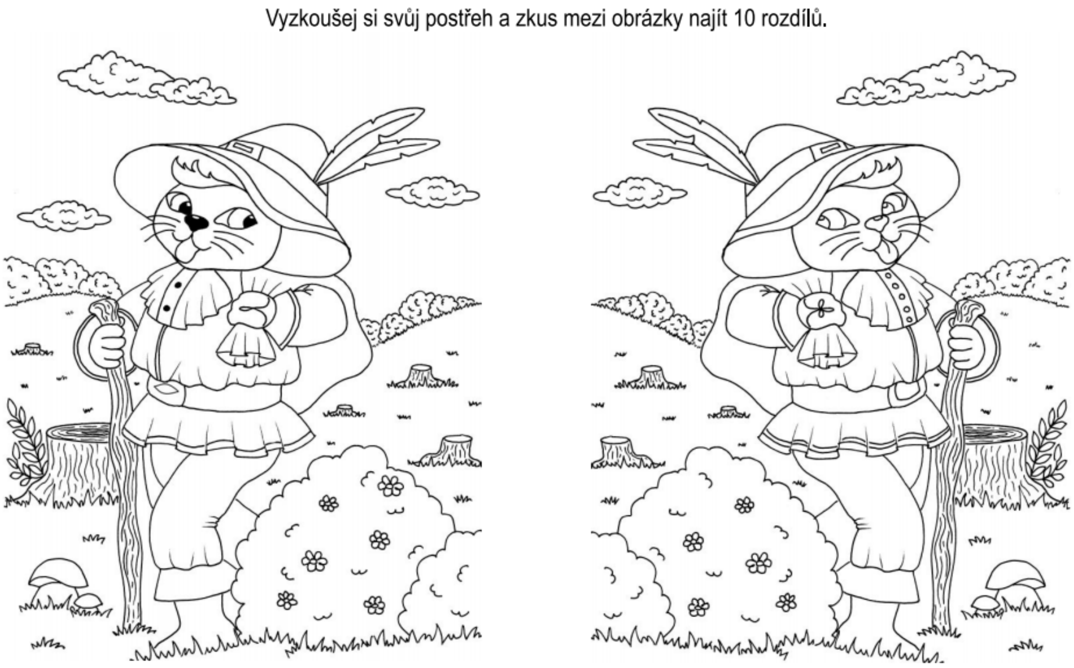
VENCOVSKÁ, J. *Didaktické přístupy k výuce některých témat v matematice na základní škole v řeči učitelů*. Praha, 2017. Diplomová práce. Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky a didaktiky matematiky. Vedoucí práce Vondrová, Naďa.

ZORMANOVÁ, L. *Výukové metody v pedagogice: tradiční a inovativní metody, transmisivní a konstruktivistické pojetí výuky, klasifikace výukových metod.* Vyd. 1. Praha: Grada, 2012, ISBN 978-802-4741-000.

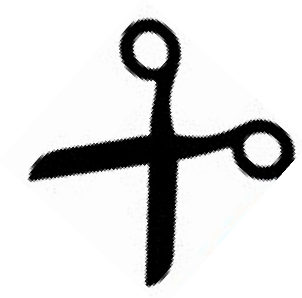
Přílohy

Příloha č. 1 – Pre-test

1) Najdi 10 rozdílů – označ je kroužkem do pravého obrázku.



2) Co vidíš na těchto obrázcích zajímavého?

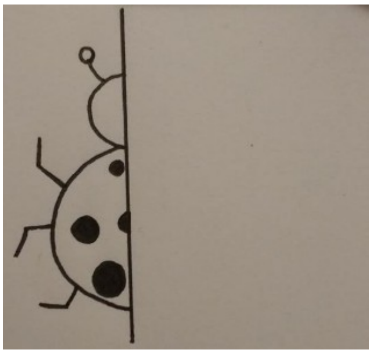
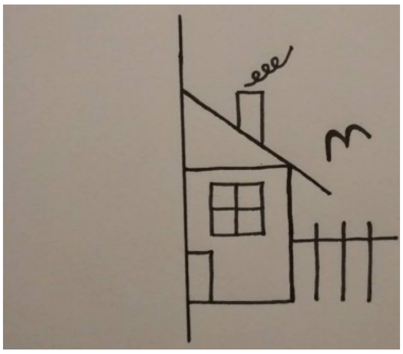


____

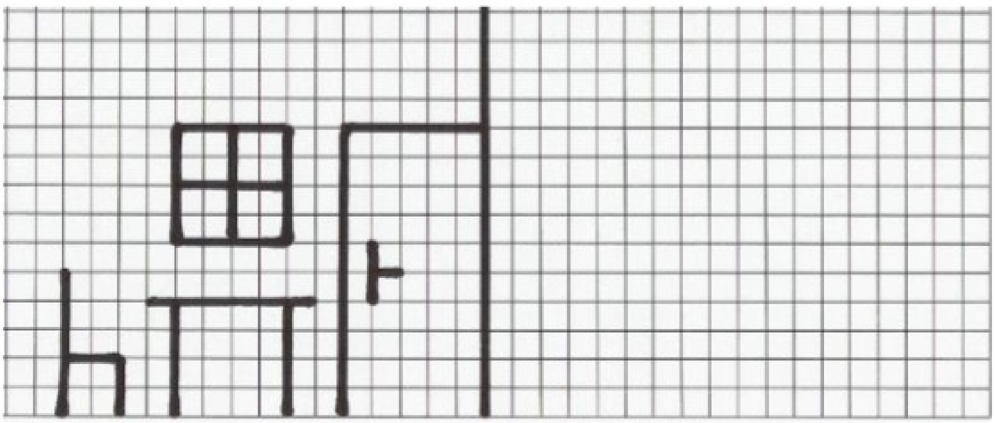
____

____

3) **Dokresli druhou polovinu obrázku.**


4) **Dokresli druhou polovinu obrázku tak, aby byl dle vyznačeného zrcátka souměrný.**



↖ zrcátko

5) **Kde jsi slyšel slovo <u>osa</u> (při jaké příležitosti)? Co to je?**

____

____

____

6) **Co to znamená, že je něco souměrné?**

____

____

Příloha č. 2 – Pracovní listy použité v experimentální výuce

John Clever a říše Souměrnosti 1 1/2

Než se přesuneš s Johnem do knihovny odpověz na dvě otázky:

Jaké je pravé Johnovo jméno?

Kam jsme s ním vlastně odjeli?

7 · 0,5 =	
0,3 · 2 =	
9 · 0,2 =	
4 · 0,3 =	
0,4 · 4 =	

P	E	T	G	Y	H
1,2	3,5	1,6	0,6	1,8	2,4

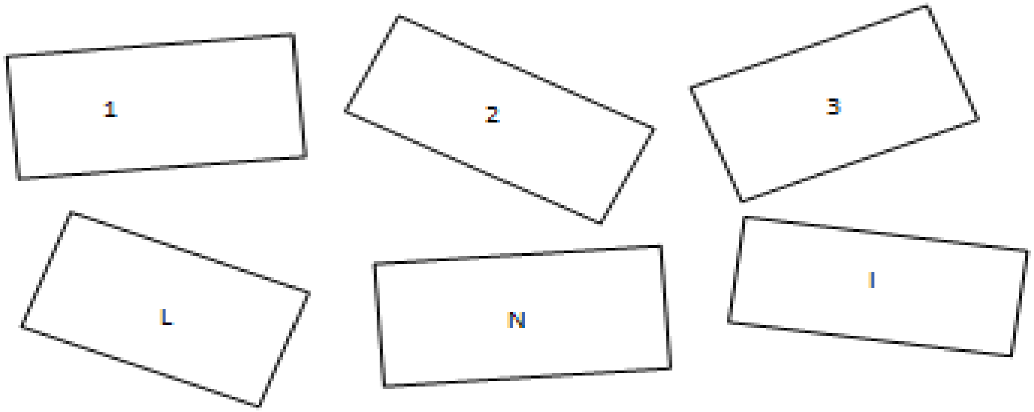
V Národní knihovně seděl John u stolku a ochotný knihovník mu přinášel hromady knih. John věděl, že zaniklá říše měla ležet asi někde v údolí Shodnosti. Jenže ve které z knih má začít hledat. Kdyby tak věděl, která kniha skrývá alespoň zmínku o Simmetriónově říši. Už to chtěl vzdát, když mu pohled zabloudil k zaprášeným deskám jedné z knih. Co ho tak zaujalo? Jak že se jmenuje to údolí?

A kniha se jmenuje v překladu SHODNOST.
Pokud najdeš shodné obrázky, zbude ti jeden, podle kterého John poznal, že v ní najde to, co hledá.

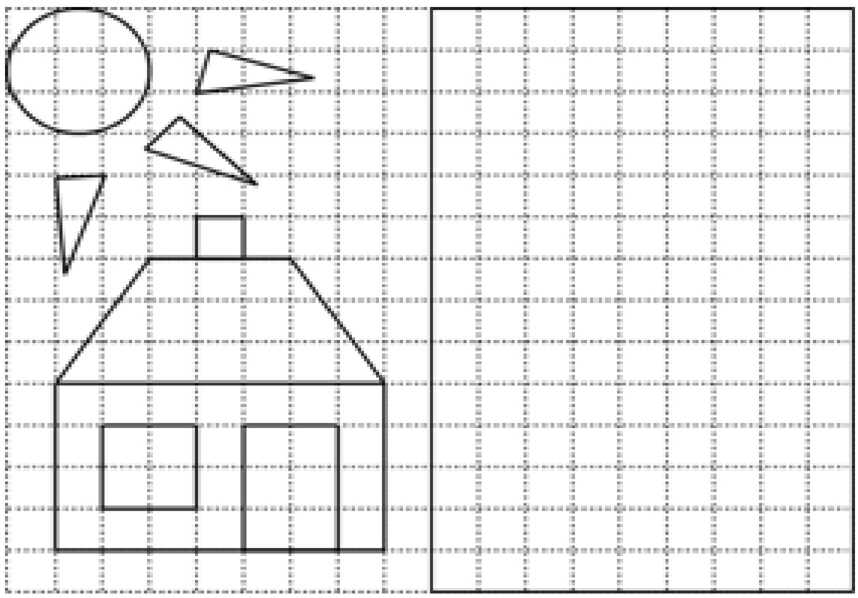
Autorem materiálu a všech jeho částí, není li uvedeno jinak, je Hana Pilařová.
Komiks v aplikaci www.toondoo.com vytvořila Hana Pilařová.
Hieroglyfy: Dostupné pod licencí Creative Commons Attribution Share Alike 2.5 Generic, http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hi%C3%A9roglyphes_-_A_-_Hommes.pdf

John listoval knihou. Byla plná nákresů a map. Dozvěděl se, že údolím Shodnosti protéká hlavní egyptská tepna – řeka : ______________________

Zjisti, které obdélníky jsou shodné a vylušti název řeky.



Překresli obrázek tak, aby byl shodný s původním.



Jak poznáš, že jsou dva útvary shodné? ______________________________________

____

____

V knize našel John následuji text: „Simmetrión V. Groot založil svou říši uprostřed údolí shodnosti. Životodárná řeka Nil rozdělila údolí na dvě shodné části. Simmetrión pak na obou březích řeky budoval města a v nich paláce, chrámy a domy. Ale každý, kdo si chtěl v Simmetriónově říši postavit dům, musel prokázat, že je toho hoden. Simmetrión dovolil stavět jen stavby symetrické, protože SYMETRII nade vše miloval".

Asi ti vlasy vstávají na hlavě stejně (shodně) jako Johnovi.

Takže pokud správně určíš velikosti úhlů v obrázcích, které jsou rozmístěny po třídě, dozvíš se, co je symetrie a vlasy se zase vrátí zpátky k hlavě (možná):

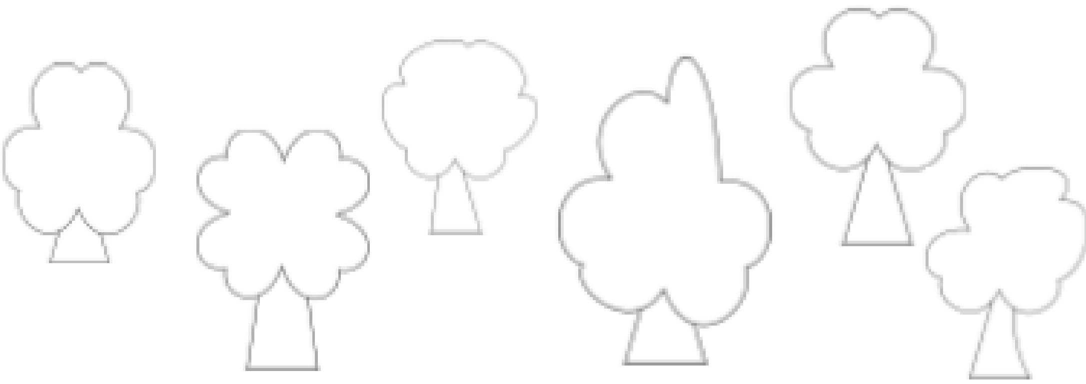
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
úhel										
písmeno										

legenda k úhlům:

A	S	B	Ě	D	O	E	U	N	M	K	I	R	L	N	C	T	Y
15	57	47	120	89	33	124	90	63	134	11	85	180	2	68	140	91	27

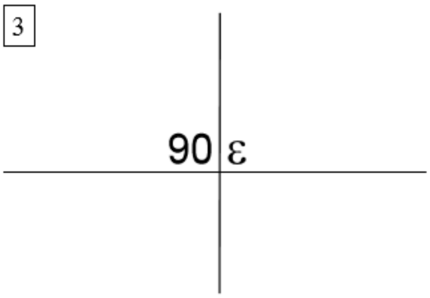
SYMETRIE =

Podívej se na kresbu z knihy. Které stromy by se Simmetriónovi líbily a které by pravděpodobně nechal vykácet?

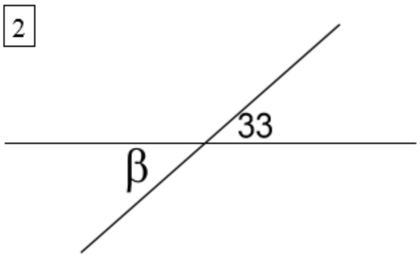


Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Hana Pilařová.
Komiks v aplikaci www.toondoo.com vytvořila Hana Pilařová.

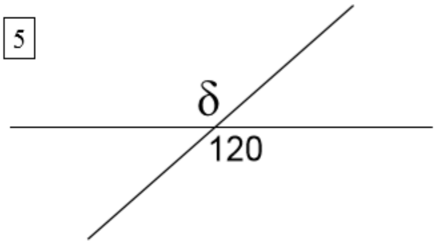
3



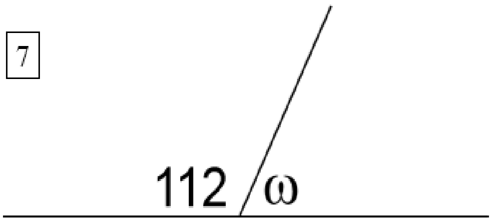
2



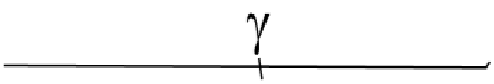
5



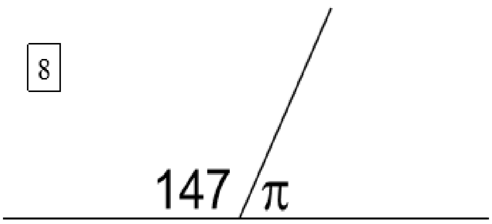
7



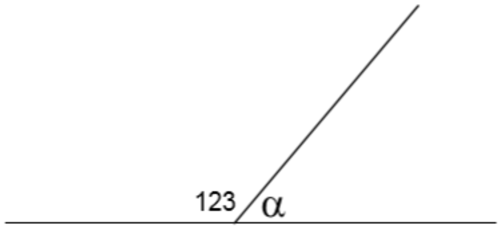
6



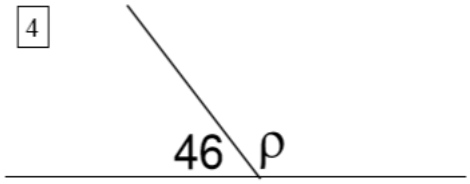
8



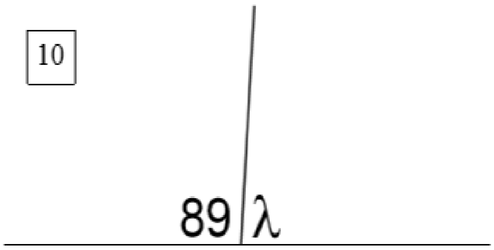
1



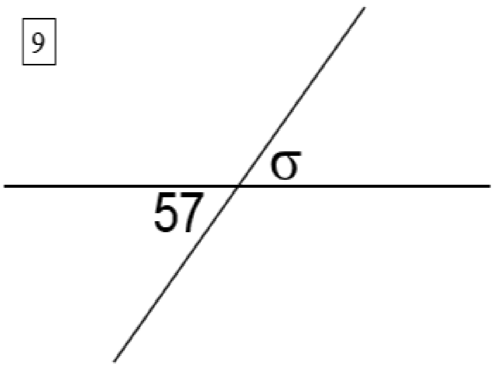
4



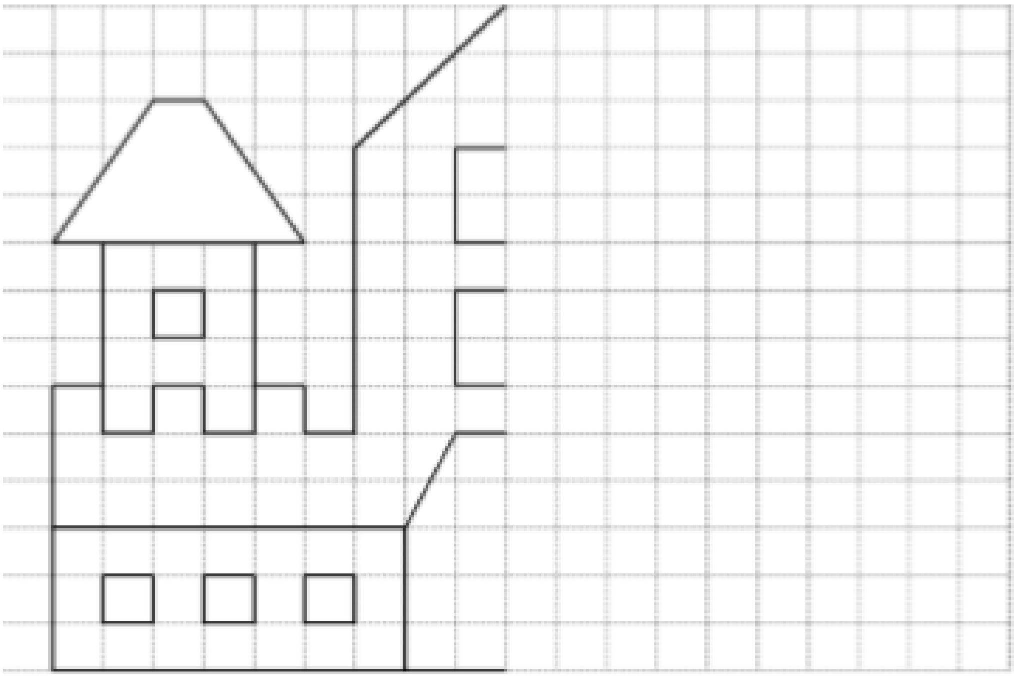
10



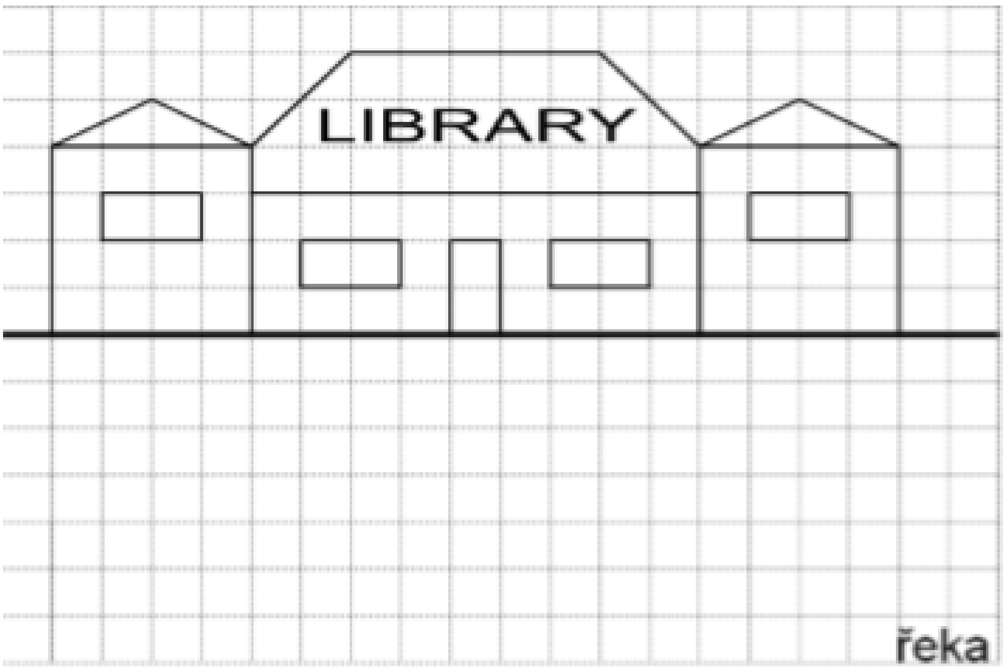
9



John dál listoval knihou. Na jedné stránce objevil fotografii se zbytkem paláce. Jak asi palác vypadal původně, když Symmetrión dovolil postavit.



Vyfotil si v knize ještě několik map a vyšel z knihovny. Při pohledu na hladinu řeky si znovu vzpomněl na Simmetrióna. Dokážeš nakreslit, co John na hladině řeky spatřil?



Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Hana Pilařová.
Komiks v aplikaci www.toondoo.com vytvořila Hana Pilařová.

John si šel půjčit velblouda k místnímu průvodci turistů.
„Velblouda ti půjčím, ale musíš mi dobře zaplatit.“
Nakonec se přece jen domluvili (v Egyptě musíš smlouvat, abys cenu trochu srazil).

Egyptská měna se jmenuje egyptská libra.
Aktuální kurz je:
1 libra (EGP) = 3.231 Kč

Kolik korun Johna stál výlet do údolí Shodnosti, jestliže za den půjčení velblouda zaplatí 100 liber, za krmení pro velblouda na den zaplatí 5,5 libry a za své jídlo a vodu zaplatí 85 liber za den. Plánuje, v údolí shodnosti bude 5 dní.

Výlet do údolí Shodnosti bude Johna stát Kč.

V údolí shodnosti čekalo Johna překvapení. Kromě několika pyramid hustě pokrytých ornamenty a nápisy, tu totiž nebylo vůbec nic. Kniha, kterou tak pečlivě studoval v Národní knihovně, ale hovořila o mocné říši.

A protože jedinou cestou, jak se do Simmetriónovy říše Souměrnosti dostat, je souměrnosti porozumět a pochopit ji, začal John zkoušet různé způsoby, jak se dostat k souměrným útvarům. I ty si je vyzkoušíš.
Do prvních 2 čtvercových sítí nakresli 2 různé symetrické obrazce. Do dalších zkus zakreslit oblíbeného Simmetriónova broučka Vzorobraze. Tři broučky si můžeš prohlédnout, jak lezou po tabuli. Pochopíš, jak se zrodili (vytvořili)?

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Hana Pilařová.
Komiks v aplikaci www.toondoo.com vytvořila Hana Pilařová.

Prostor pro záznam tvých bádání.

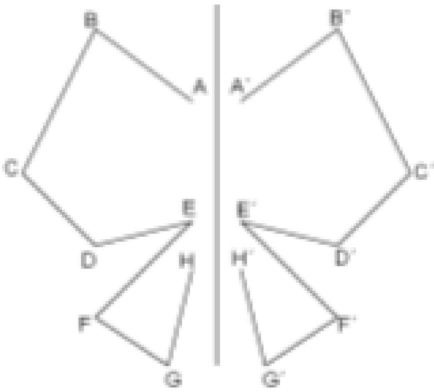
Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Hana Pilařová.
Komiks v aplikaci www.toondoo.com vytvořila Hana Pilařová.

Co dál? John obešel pyramidy několikrát dokola. Nic nového ale neobjevil, pořád stejné souměrné obrazce. Přitom věřil, že tu bude nějaká stopa, která ho dovede k Simmetriónovu paláci. Znovu si prohlédl své poznámky z knihovny a kopie stránek knihy, které před odjezdem do údolí v knihovně pořídil.

TO JE ONO! Přehlédl jednu krátkou větu. „Cestu do paláce najde jen ten, kdo si dobře rozumí s ryskou a kružítkem." Rychle oběhl pyramidu a prostudoval kresby na východní straně. Teď už mu dávaly smysl.

I ty to zkus. Postupuj krok po kroku, abys bezpečně zvládl(a) celý postup. John bude tvou pomoc potřebovat.

Osová souměrnost



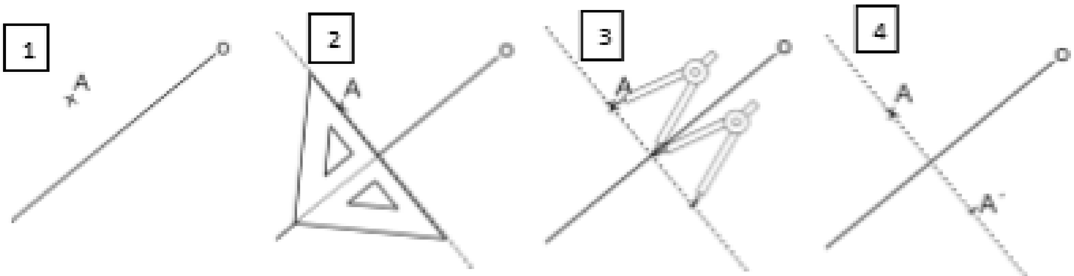
O souměrných útvar už víš, že mají stejný tvar a velikost. Při vhodném přemístění se kryjí (jsou shodné).

Podívej se na obrázek a odpověz na následující otázky:

1. Je útvar na obrázku souměrný?
2. Jak bys své tvrzení dokázal(a)?
3. Jakou společnou vlastnost mají úsečky AA´, BB´, CC´, DD´, EE´, FF´, GG´?
4. Co můžeš říct o vzdálenosti bodů A a A´ od přímky o? Jak jsou na tom ostatní dvojice bodů?

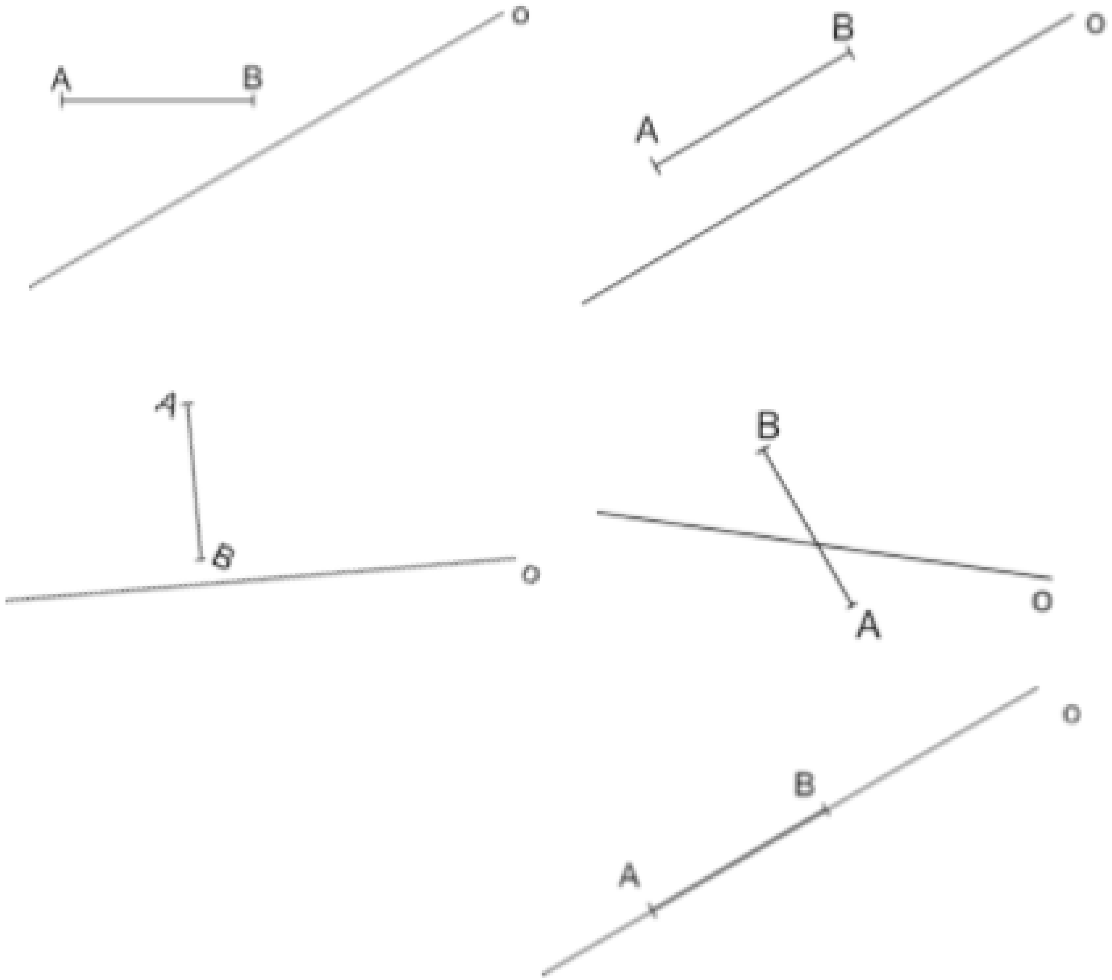
Tento obrázek vznikl v OSOVÉ SOUMĚRNOSTI podle osy o.

Zkus rýsovat podle postupu vlastní osově souměrný obrázek



Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Hana Pilařová.
Komiks v aplikaci www.toondoo.com vytvořila Hana Pilařová.

Rýsuj i obrazy těchto úseček.



Shrň, co jsi se o už o osové souměrnosti dozvěděl(a):

Vzor je ____

Obraz je ____

Osa souměrnosti je ____

Bod, který leží na ose souměrnosti a při osové souměrnosti se zobrazí sám do sebe je _

Když chci sestrojit danému vzoru obraz v osové souměrnosti podle osy o musím:

1) ____

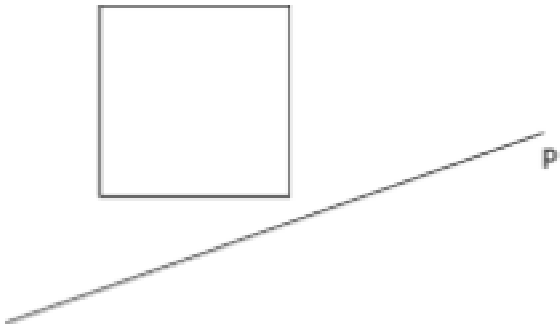
2) ____

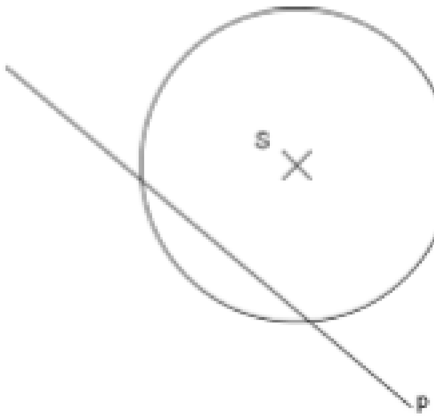
3) Obraz pak leží na ______________ straně osy o (vzor a obraz leží v __________ polorovině)

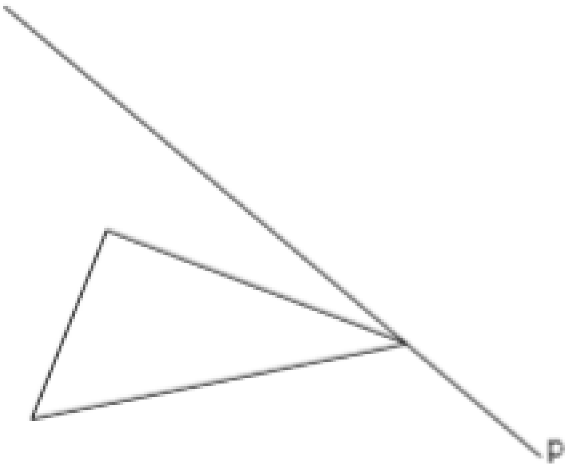
Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Hana Pilařová.
Komiks v aplikaci www.toondoo.com vytvořila Hana Pilařová.

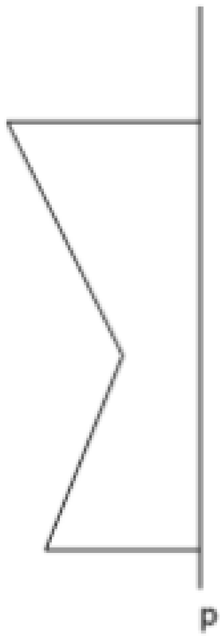
John i ty se musíte stále snažit dosáhnout dokonalosti při přenášení bodů v osové souměrnosti. Dnešek věnujte tréninku.

Nezapomínej, že základem jsou KOLMICE a STEJNÁ VZDÁLENOST od osy souměrnosti.

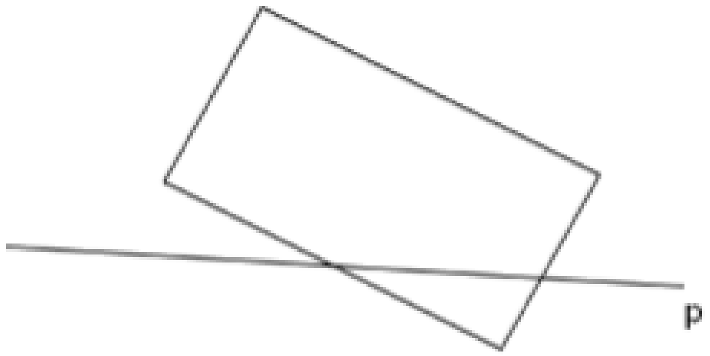


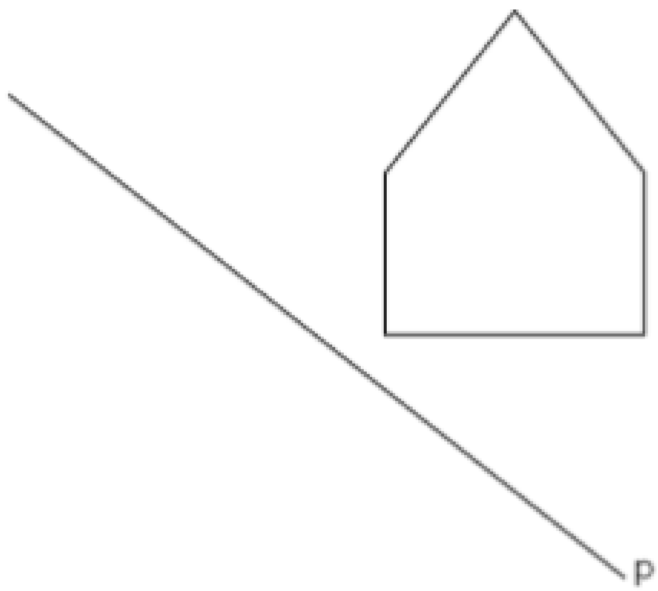






Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Hana Pilařová.





Ohodnoť svou práci:

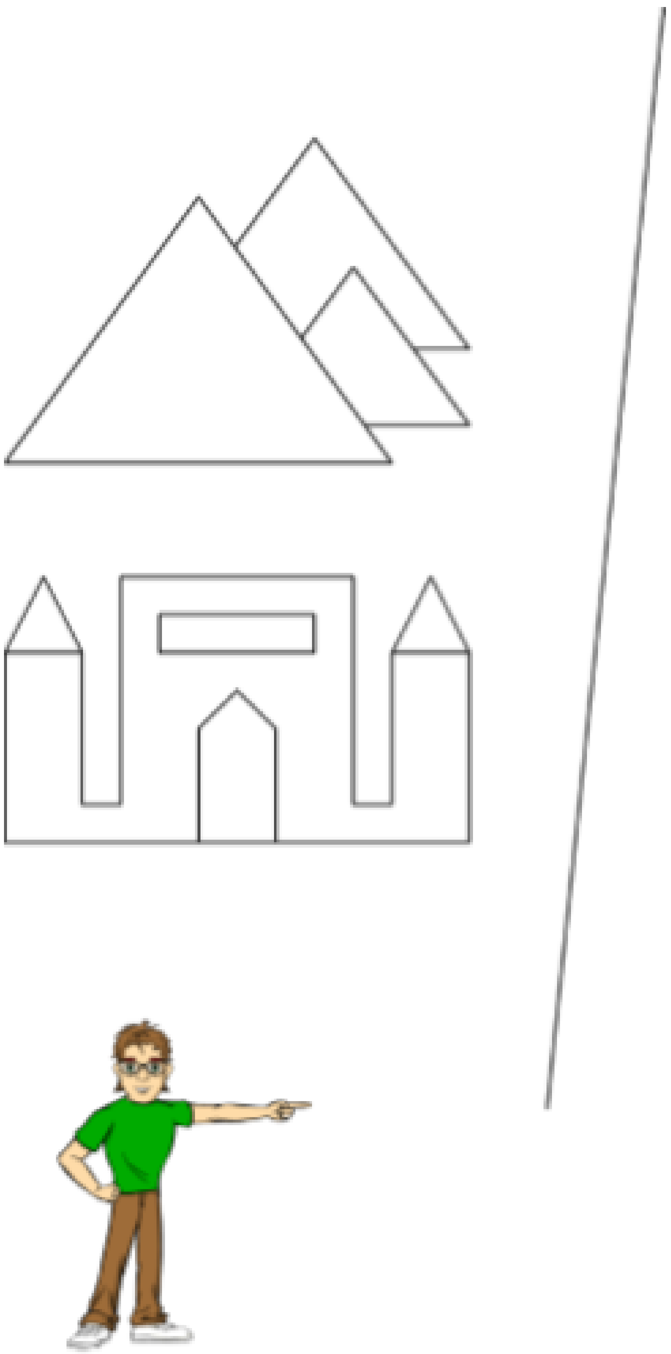
Používáš správný postup?

Rýsuješ přesně?

Rýsuješ kvalitně?
(rýsuješ tenké čáry, není nikde zřetelné napojování, výsledek vytahuješ tužkou?)

Teď když John i ty znáte postup konstrukce osové souměrnosti, bude pro vás najít Simmetriónův palác.

John vzal část ofocené mapy údolí Shodnosti (viz obrázek). Mapa ukazuje tu část údolí, kde John zrovna stojí. Simmetriónův palác je ale na opačném břehu řeky. Když vytvoříš správný obraz mapy v osové souměrnosti, najdeš i ty vchod do paláce.



Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Hana Pilařová.
Komiks v aplikaci www.toondoo.com vytvořila Hana Pilařová.

Konečně je John v paláci. Zdi jsou pokryty malbami (souměrnými – jak jinak) a nápisy.
Když jsme u těch nápisů …
Zamysli se nad tím, která z písmen naší abecedy by se Simmetriónovi líbila a dokresli do nich osy souměrnosti. Ostatní zkus dokreslit tak, aby byla také souměrná.

A	B	C	Č	D
Ď	E	F	G	H
CH	I	J	K	L
M	N	Ň	O	P
Q	R	Ř	S	Š
T	Ť	U	V	W
X	Y	Z	Ž	

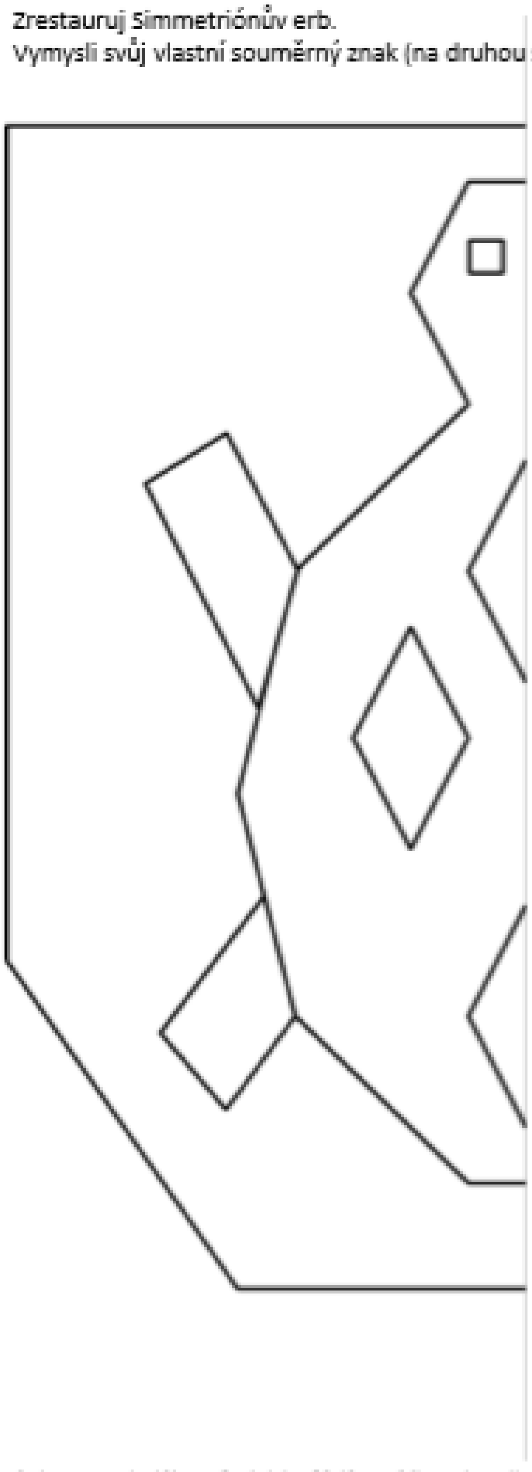
V českém jazyce najdeš mnoho kouzelných slov. Např. AHA nebo OKO.

Najdeš ještě další podobná slova? (zkus vymyslet alespoň 3)

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Hana Pilařová.
Komiks v aplikaci www.toondoo.com vytvořila Hana Pilařová.

John vešel do velkého sálu, kde nad hlavními dveřmi byly zbytky Simmetriónova znaku. Kolem zdí bylo velké množství regálů a na nich hromady svitků. John vzal jeden do ruky, ale nerozuměl ničemu, co tam bylo psáno.

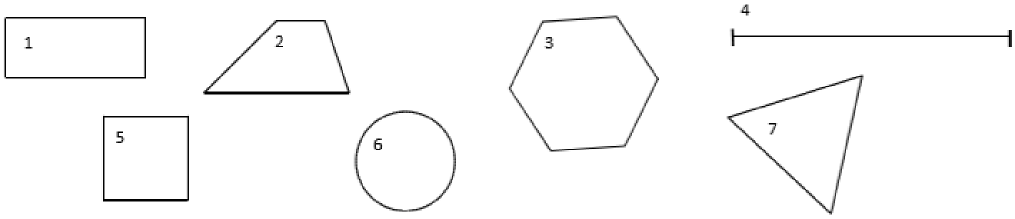
Zrestauruj Simmetriónův erb.
Vymysli svůj vlastní souměrný znak (na druhou stranu listu)



Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Hana Pilařová.

Uprostřed místnosti stál stojan s rozevřenou knihou, ale ani z ní nedokázal John přečíst jediné slovo. Dokážeš to ty?

Seřaď následující obrázky podle počtu os souměrnosti (od nejmenšího počtu k největšímu) a získej tak kód k otevření tajné komnaty.



HA. I John poskládal kód správně a otevřely se před ním tajné dveře. Vstoupil a ozvala se rána. BUCH. Dveře se znovu zavřely. Nemůže ven ….

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Hana Pilařová.

Když se John vzpamatoval, našel v batohu baterku a rozsvítil ji. Místnost byla skoro úplně prázdná. Stál tu jen malý stůl, na něm rýsovací potřeby a list se vzkazem.

„Chceš-li se odtud dostat, musíš prokázat, že si to zasloužíš. Musíš prokázat, žes při návštěvě mé říše pochopil krásu souměrnosti a postupy, které k ní vedou. Že umíš pracovat rychle, ale přesně a kvalitně. Že znáš všechny důležité pojmy a umíš je používat. Dobře se vyspi a zítra tě čeká zkouška."

Zopakuj si pojmy:

Vzor

Obraz

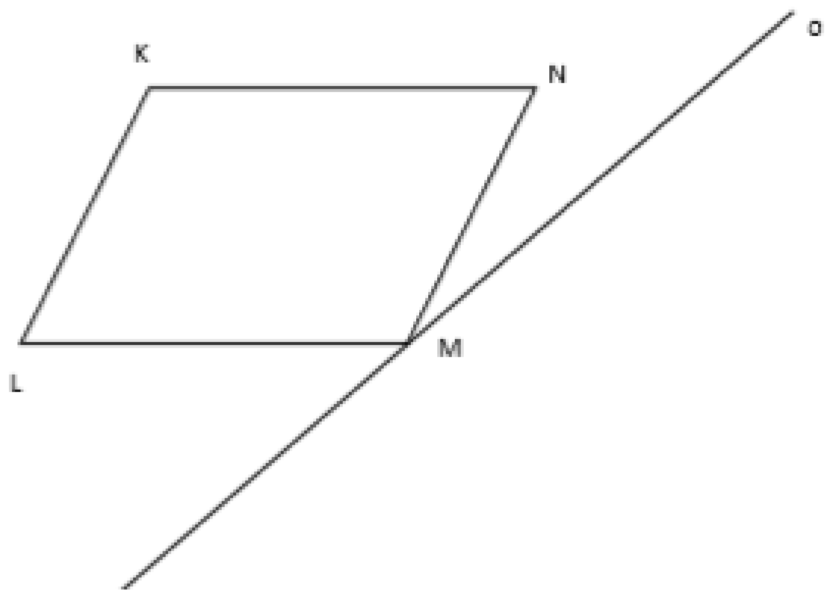
Samodružný bod

Osa souměrnosti

Osově souměrné útvary

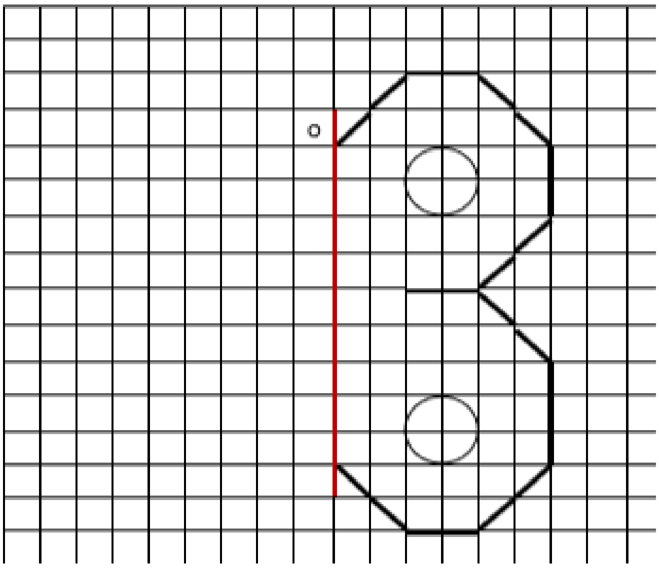
Shodné útvary

Připomeň si, jak sestrojíš obraz v osové souměrnosti

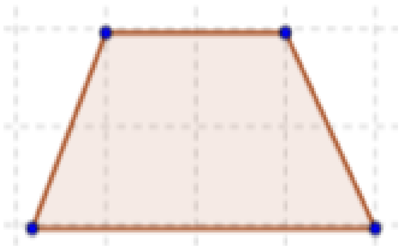


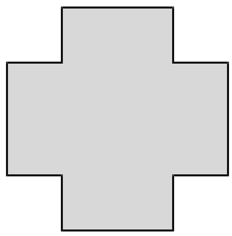
Příloha č. 3 – Post-test

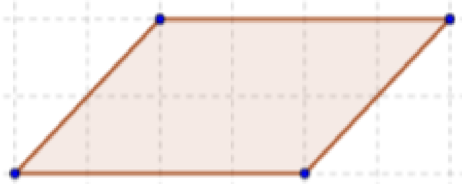
1) **Dokresli osově souměrný útvar podle osy souměrnosti.**

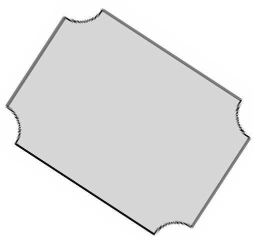


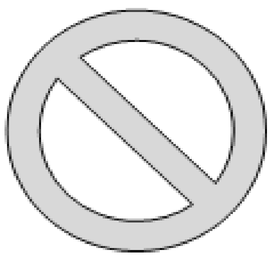
2) **Kolik mají následující útvary os souměrnosti? Vyznač je a napiš jejich počet.**







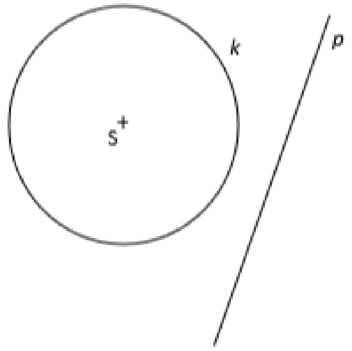


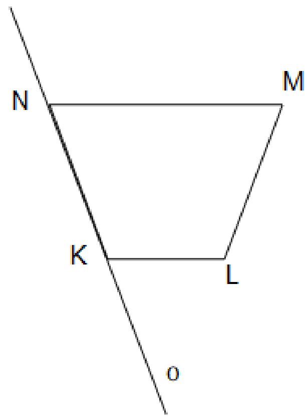


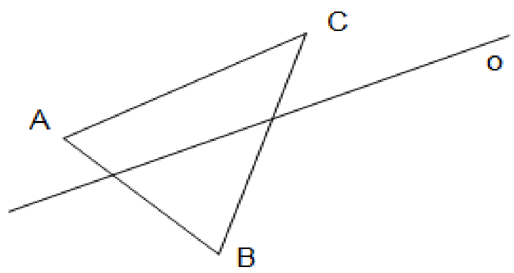
3) **Zapiš tiskacími písmeny jméno a příjmení Tvé učitelky na matematiku a zakroužkuj osově souměrná písmena.**

---

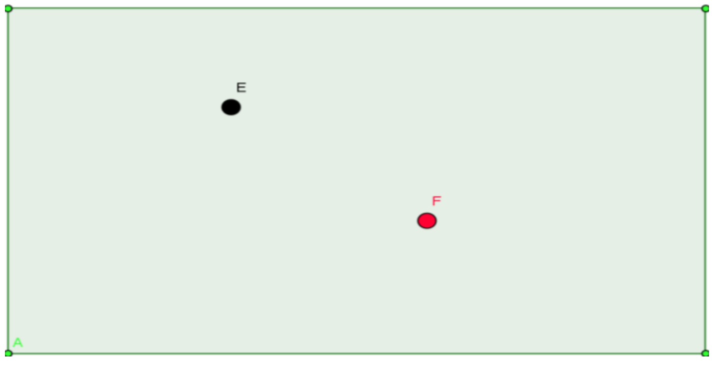
4) **Sestroj obraz rovinných útvarů v osové souměrnosti podle osy *o*.**







5) **Představ si, že hraješ kulečník. Tvým úkolem je černou koulí (E) trefit červenou kouli (F) s odrazem od mantinelu. Dokážeš to?**



Seznam grafů

Seznam obrázků

Seznam tabulek